

Elemente de geometrie plana: punct,dreapta,plan si exercitii rezolvate

Punctul,dreapta si planul sunt elementele principale ale geometriei plane.Pentru aceste notiuni nu sunt necesare definitii,cel mult le putem descrie sau putem nota cateva proprietati ale lor.

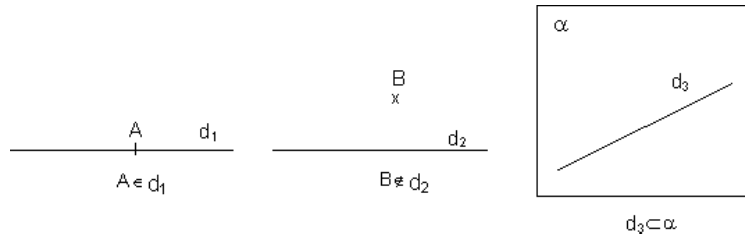
Punctul geometric nu are nici o dimensiune;punctul geometric nu poate fi nici vazut,nici desenat.Prin conventie,folosim "o imagine" a punctului geometric: intersectia a doua "linioare".Tot prin conventie notam punctele geometrice cu litere mari de tipar ale alfabetului latin.

Deci punctul geometric este o notiune ideala; mintea omeneasca poate gandii ceva ce nu are dimensiuni,insa realitatea nu poate exprima aceasta.

Propozitia anterioara este valabila pentru oricare notiune din geometrie,peutru oricare figura geometrica. Totusi in practica, acceptam sa numim , de exemplu, punct geometric figura obtinuta prin intersectia a doua linioare (figura ce are,in mod real, dimensiuni).

Dreapta are o singura dimensiune: lungimea. Un fir de ata bine intins ne creeaza o imagine despre o parte dintr-o dreapta (numita segment de dreapta). Un fir de ata nesfarsit de lung ne sugereaza o imagine mai buna despre o dreapta.Dreapta este o marime infinita (fara sfarsit,nelimitata),deci nu este masurabila. Segmentul de dreapta poate fi masurat: este o marime masurabila (finita);segmentul are inceputul intr-un punct si "ajunge", are sfarsit intr-un alt punct. Prin conventie notam dreptele cu litere mici ale alfabetului latin,iar segmentele sunt reprezentate,in notatie,prin extremitati.

Planul are doua dimensiuni:lungimea si latimea ; planul este o multime infinita. Suprafata linistita a unui lac reprezinta o parte dintr-un plan; foaia de caiet, tabla de perete,fata unei banci sunt parti (masurabile) din diferitele plane. Reprezentam planul,prin conventie,printr-un dreptunghi si il notam cu o litera din alfabetul grecesc: $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ etc.



Pentru situatiile din desenele de mai jos putem scrie urmatoarele propozitii matematice:

-
-

Observatii:Dreapta si planul sunt multimii ale caror elemente sunt punctele. Daca un punct este parte constituenta a unei drepte spunem ca apartine dreptei. Daca un punct nu este parte constituenta a unei drepte spunem ca nu apartine dreptei. Asemnator gandim relatia dintre punct si plan. Daca punctele unei drepte sunt si puncte ale unui plan spunem ca dreapta este inclusa in acel plan.

Alte figuri geometrice

Punctul, dreapta, planul sunt cele mai simple figuri geometrice. Dreptele si planele sunt multimii de puncte.

Orice multime de puncte se numeste figura geometrica.

a) Cu ajutorul punctelor si segmentelor de dreapta putem construi in plan figuri geometrice plane;astfel de figuri geometrice sunt studiate in cadrul unei ramuri a matematicii numita geometria plana.

b) **757d37h** Cu ajutorul punctelor,al segmentelor si al partilor din diferite plane (suprafetele) putem construi in spatiu figuri geometrice numite corpuri geometrice.Corpurile geometrice sunt studiate in cadrul geometriei in spatiu.

Linia dreapta,linia franta,linia curba in plan

Observam arborii ce se afla de-a lungul unui drum: la un moment dat ne putem afla in pozitia in care nu mai vedem toti arborii,ci numai pe primul; spunem ca arborii se afla in linie dreapta.

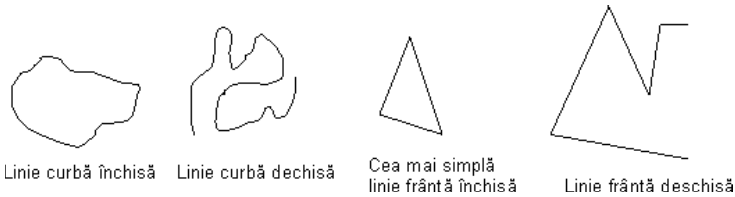
Notiunea de linie dreapta este o notiune primara,care se asimileaza folosindu-ne de exemple.

Linia franta este o figura geometrica formata din doua sau mai multe segmente,asezate in diferite directii,care au cate un capat comun.

O linie franta care nu inchide o parte din planul in care este desenata se numeste linie franta deschisa.

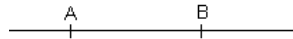
O linie franta care inchide o parte din planul in care este desenata se numeste linie franta inchisa.Ca sa construim o linie franta inchisa avem nevoie de cel putin trei segmente.



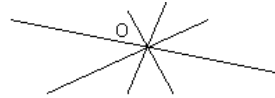


Semidreapta

Experiența ne arată că nu putem trasa decât o dreaptă care să treacă prin două puncte distincte. Dacă cele două puncte distincte sunt fixe în plan putem construi dreapta (și numai una); dreapta astfel construită este bine determinată. Printr-un punct trec oricât de multe drepte.



Prin două puncte distincte trece o singură dreaptă



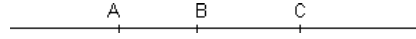
Printr-un punct trec oricât de multe drepte

Mulțimea punctelor situate pe dreapta d , la dreapta punctului O constituie semidreapta limitată de punctul O și care conține punctul A . Se citește semidreapta OA . Punctul O se numește originea semidreptei.

Când numim o semidreapta citim sau scriem cel puțin două puncte care aparțin ei, primul punct reprezintă originea, iar al doilea este un punct "de pe" semidreapta și "ne orientează" să privim și să scriem semidreapta.



Semidreapta $[AB$



Semidreptele: $[AB, [BC, [BA$ și $[CA$

$[AB = [AC; [CB = [CA.$

În plan, semidreptele pot fi construite în orice direcție, nu numai pe direcție orizontală. Semidreapta este marginită la un capăt (originea) și nemarginită la celălalt capăt; o parcurgem plecând din origine.

Segmentul de dreapta

Mulțimea punctelor dreptei d situate între punctele A și B se numește segmentul AB . Punctele A și B sunt extremitățile segmentului, iar dreapta d suportul lui. Când numim un segment de dreapta citim sau scriem extremitățile. Segmentul de dreapta este o mărime finită; segmentul poate fi măsurat, rezultatul măsurării - numărul de unități de măsură se numește lungimea segmentului.

Se numește distanța dintre două puncte A și B lungimea segmentului AB .



Segmentul $[AB]$; suport: dreapta d

Lungimea segmentului $[AB] = AB =$
 $=$ distanța dintre punctele A și $B =$
 $= d_{(AB)} = AB.$



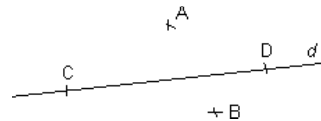
M este mijlocul segmentului $[AB] \Rightarrow AM = MB$

Exerciții rezolvate (23)

865. Realizați următoarele desene:

- 1^o o dreaptă, două puncte ce aparțin dreptei și două puncte ce nu aparțin acestei drepte;
- 2^o două drepte ce au un punct comun și câte un punct ce se află pe fiecare dreaptă;
- 3^o trei puncte coliniare; 4^o trei puncte necoliniare.

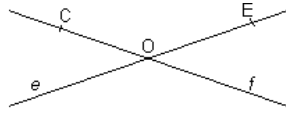
Rezolvare:



$A \notin d; B \notin d; C \in d; D \in d.$

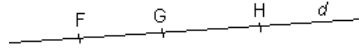
2^o

1^o



$$e \cap f = \{O\}; C \in f; E \in e.$$

↘ M



$$F \in d; G \in d; H \in d.$$

L ↘

↘ N

$$M \notin LN \text{ sau } L \notin MN \text{ sau } N \notin LM$$

3⁰

866. Realizati urmatoarele desene:

1⁰ trei drepte care au un singur punct comun;

2⁰ doua drepte care nu au nici un punct comun;

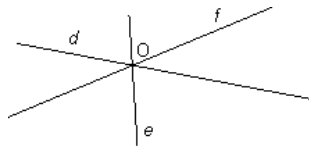
3⁰ trei drepte care nu au nici un punct comun;

4⁰ trei drepte care au doua cate doua cate un punct comun.

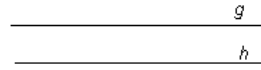
Rezolvare:

1⁰

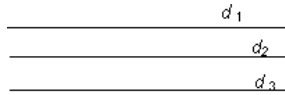
2⁰



$$d \cap f \cap e = \{O\};$$

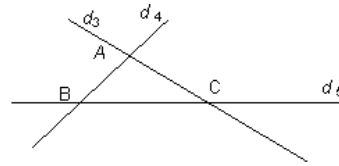


$$g \cap h = \emptyset \text{ sau } g \parallel h;$$



$$d_1 \cap d_2 \cap d_3 = \emptyset;$$

$$\text{sau: } d_1 \parallel d_2 \parallel d_3.$$



$$d_3 \cap d_4 = \{A\}; d_4 \cap d_5 = \{B\}; d_3 \cap d_5 = \{C\}$$

4⁰

3⁰

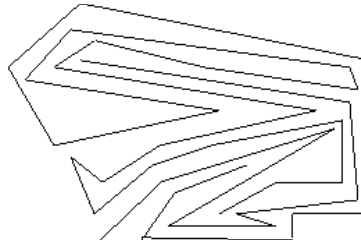
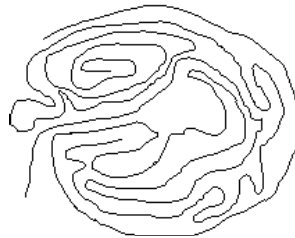
867. Realizati urmatoarele desene:

a) doua linii curbe deschise care formeaza un labirint;

b) doua linii frante deschise care formeaza un labirint.

a)

b)

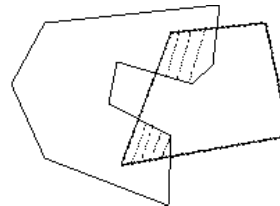
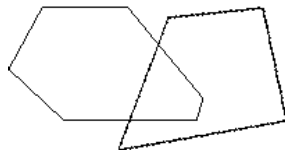


868. Realizati urmatoarele desene:

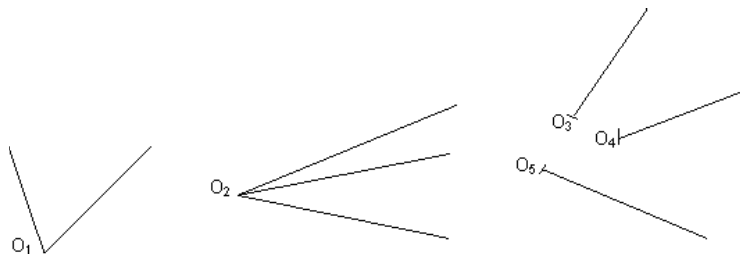
a) doua linii frante inchise care au o "zona" comuna;

b) doua linii frante inchise care au doua zone comune.

Rezolvare:



869. Realizati urmatoarele desene:



1^o doua semidrepte care au originea

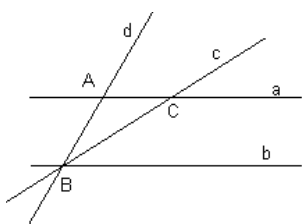
- comuna;
- 2^o trei semidrepte care au originea comuna;
- 3^o trei semidrepte care nu au nici un punct comun.

Rezolvare:

870. Patru drepte se afla in acelasi plan; realizati urmatoarele desene cand sunt determinate:

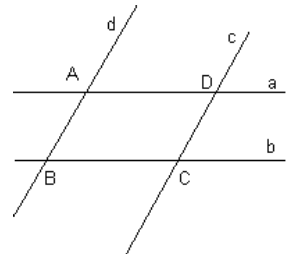
- 1^o trei puncte; 2^o patru puncte; 3^o cinci puncte; 4^o sase puncte.

Rezolvare:



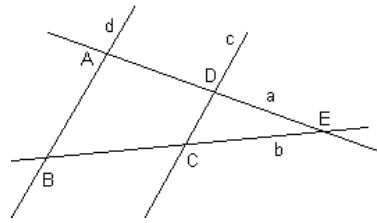
- $a \parallel b; b \cap c \cap d = \{ B \};$
- $a \cap d = \{ A \};$
- $a \cap c = \{ C \}.$

1^o



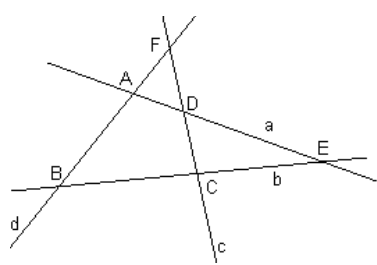
- $a \parallel b; c \parallel d;$
- $a \cap d = \{ A \};$
- $b \cap d = \{ B \};$
- $b \cap c = \{ C \};$
- $a \cap c = \{ D \}.$

2^o



- $c \parallel d; a \cap b = \{ E \};$
- $a \cap d = \{ A \};$
- $b \cap d = \{ B \};$
- $b \cap c = \{ C \};$
- $a \cap c = \{ D \}.$

3^o



- $a \cap b = \{ E \};$
- $c \cap d = \{ F \};$
- $a \cap d = \{ A \};$
- $b \cap d = \{ B \};$
- $b \cap c = \{ C \};$
- $a \cap c = \{ D \}.$

4^o

871. Cate semidrepte si cate segmente de dreapta pot fi trasate daca fixam in plan:

- a) doua puncte; b) trei puncte coliniare; c) trei puncte necoliniare;
- d) patru puncte coliniare; e) patru puncte necoliniare.

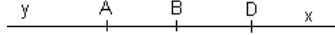
Rezolvare:



Segmentul $[AB]$ și semidreptele:

$[Ay]$, $[By]$, $[Ax]$ și $[Bx]$.

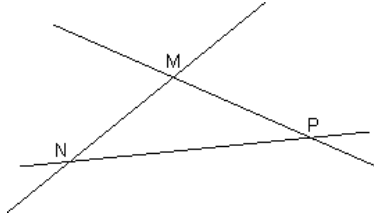
a)



Segmentele $[AB]$, $[AD]$, $[BD]$ și

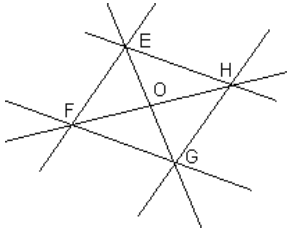
semidreptele: $[Ay]$, $[By]$,
 $[Dy]$, $[Ax]$, $[Bx]$, $[Dx]$.

b)



Trei puncte necoliniare determină trei drepte și pe fiecare dreaptă sunt determinate câte patru semidrepte și câte un segment de dreaptă.

c)



Varianta I: $EF \parallel HG$ și $EH \parallel FG$.

Patru puncte distincte necoliniare determină șase drepte: EF , FG , GH , HE , FH și GE .

Pe dreptele EF , FG , GH , HE este determinat câte un segment și câte patru semidrepte, iar pe dreptele EG și FH sunt determinate câte trei segmente și câte șase semidrepte.

e)

872. Folosindu-ne de propoziția: "Prin doua puncte distincte trece o singura dreapta" faceti apreciere despre pozitia a doua drepte care au cate doua puncte in comun.

Rezolvare:

Fie A si B punctele respective si e si f cele doua drepte. Prin punctele A si B trece o dreapta unica d . Enuntul spune ca prin aceste puncte trec si dreptele e si f; cele trei drepte se suprapun. Se numesc drepte confundate.

Putem deduce ca: "Daca doua drepte au doua puncte in comun, atunci au toate punctele comune".

Exercitii propuse (23)

874. Realizati urmatoarele desene:

- 1⁰ o dreapta, trei puncte ce apartin dreptei si doua puncte ce nu apartin acestei drepte;
- 2⁰ doua drepte ce au un punct comun si cate doua puncte ce se afla pe fiecare dreapta;
- 3⁰ patru puncte coliniare; 4⁰ patru puncte necoliniare.

875. Realizati urmatoarele desene:

- 1⁰ patru drepte care au un singur punct comun;
- 2⁰ patru drepte care nu au nici un punct comun;

876. Cu o singura linie curba (inchisa ori deschisa) putem forma un labirint ?

877. Realizati urmatoarele desene:

- a) trei linii curbe inchise care au o "zona" comuna;
- b) trei linii frante inchise care au doua zone comune.

878. Realizati urmatoarele desene:

- 1⁰ doua semidrepte care un segment comun;
- 2⁰ trei semidrepte care au un segment comun;
- 3⁰ trei semidrepte care au doua cate doua cate un punct comun.

879. Cinci drepte se afla in acelasi plan; realizati urmatoarele desene care sunt determinate:

- 1⁰ patru puncte; 2⁰ cinci puncte; 3⁰ sase puncte; 4⁰ sapte puncte.

890. Cate drepte pot fi trasate daca localizam in plan:

- a) cinci puncte coliniare; b) cinci puncte, oricare trei dintre ele nu sunt coliniare.

891. Puneti in evidenta intr-un desen, folosind conventiile invatate, urmatoarele propozitii adevarate:

$e \cap f = \{E\}$; $A \in e$; $A \notin f$; $A \in g$; $B \in f$; $B \notin e$; $B \in g$; $C \in e$;

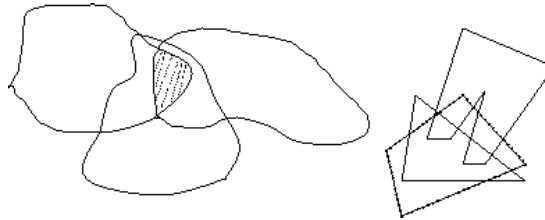
$C \in g$; $D \in f$; $D \in g$; $E \in e$; $E \notin f$; $E \notin g$.

892. Completati:

- a) Figura geometrica reprezentata ca o multime cu un singur element se numeste .
- b) Daca punctele A si B ocupa locuri diferite in acelasi plan se numesc ..
- c) Daca punctele M si Q ocupa acelasi loc in acelasi plan se numesc ...

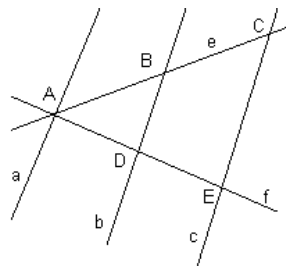
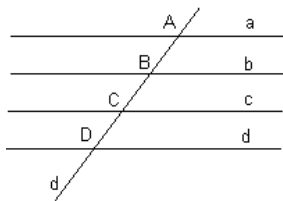
- d) Dreapta are o singura dimensiune: .
- e) Daca punctul P este parte constituenta a dreptei d spunem ca ..
- f) Daca punctul R nu este parte constituenta a dreptei d spunem ca .
- g) Punctele ce apartin aceleiasi drepte se numesc ...
- h) Doua puncte distincte determina ..
- i) Daca punctele A si B apartin dreptei d si punctul C nu apartine dreptei d , atunci punctele A,B si C se numesc ..
- j) Daca dreptele e si f au un singur punct comun se numesc drepte .
- k) Daca trei drepte din acelasi plan determina prin intersectia lor exact trei puncte se numesc ..
- l) Notatia $A = B$ exprima ca punctele A si B sunt identice.
Notatiile: $A = B$ si $B = C$ exprima ca punctele A,B,C sunt ..
- m) Notatiile: $A \neq B$, $B \neq C$, $C \neq A$ exprima ca punctele A,B si C sunt .
- n) Notatiile $a = b$ si $b = c$ exprima ca dreptele a , b , c sunt .
- o) Notatiile $a \not\subset b$ si $b \not\subset c$ exprima ca dreptele a,b,c sunt ...
- p) Daca fixam pe o dreapta doua puncte distincte este determinat un segment. Daca fixam pe o dreapta trei puncte sunt determinate.. segmente
- r) Fixam pe o dreapta patru puncte distincte; sunt determinate . segmente.
- s) Fixam pe un segment patru puncte distincte intre ele si distincte fata de extremitatile segmentului;sunt determinate segmente.
- t) Un segment poate fi impartit in cinci segmente egale prin puncte.
- u) "Extremitatea fixa" a unei semidrepte este un punct numit
- v) Lungimea unui segment este
- x) Mijlocul unui segment este
- y) Daca intersectia dintre doua semidrepte este o multime finita, atunci aceasta multime este un ...sau un
- z) Daca intersectia dintre doua semidrepte este o multime infinita, atunci aceasta multime este
- q) Daca fixam pe o semidreapta un punct distinct de origine, atunci sunt determinate semidrepte.
- w) Daca fixam pe o semidreapta doua puncte distincte de origine, atunci sunt determinate semidrepte.

Raspunsuri la exercitii propuse (23)



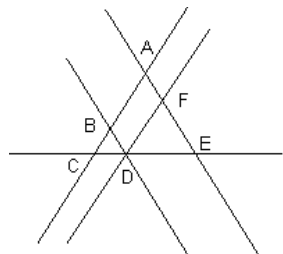
876. Nu.

877.

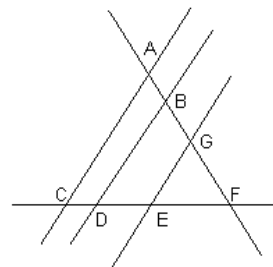


879. 1°

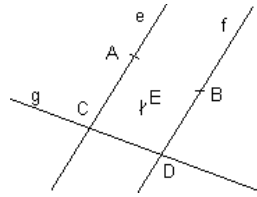
2°



3°



4°



890. a) o dreapta; b) zece drepte. 891.
 892. a) punct; b) puncte distincte;
 c) puncte identice; d) lungimea;
 e) P I d; f) R I d; g) puncte coliniare;
 h) o singura dreapta; i) puncte necoliniare;
 j) concurente; k) drepte concurente doua cate doua;
 l) identice; m) distincte; n) confundate; o) paralele; p) trei; r) sase;
 s) 12 segmente; t) patru; t) origine; u) finita; v) un numar; x) un punct;
 y) un punct sau un segment; z) o semidreapta; q) doua; w) trei.

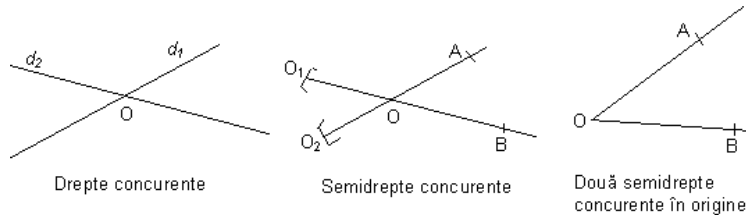
Unghiul (24)

Definitia nr.1 : Doua drepte care au un punct comun se numesc drepte concurente.

Observatia nr.1 : Construind doua drepte concurente intr-un plan,planul este impartit in patru parti numite si regiuni.

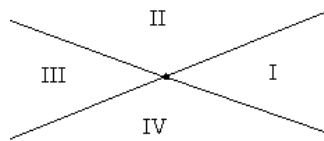
Definitia nr.2 : Doua semidrepte care au un punct comun se numesc semidrepte concurente.

Observatia nr.2:Sunt concurente si semidreptele care au originea comuna.

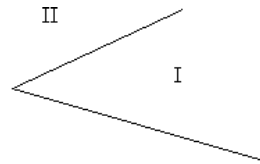


Observatia nr. 3 : Doua semidrepte care

sunt concurente in origine impart planul in doua regiuni:una interioara si una exterioara.



Două drepte concurente și regiunile determinate în plan

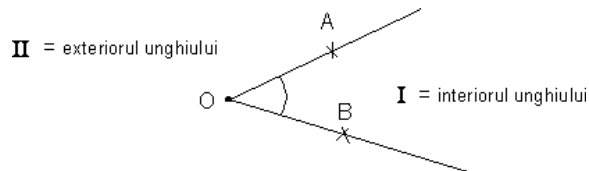


Două semidrepte concurente în origine și regiunile determinate în plan

Definitia unghiului : Unghiul este figura geometrica ce se compune din doua semidrepte diferite cu originea comuna impreuna cu una din partile planului marginita de ele.

Observatia nr. 4 : Regiunile determinate in plan de doua drepte concurente sunt marimi infinite.La fel: cele doua regiuni determinate de doua semidrepte concurente in origine sunt marimi infinite.

Observatia nr. 5 :Prin constructia unui unghi intr-un plan,planul este impartit in doua regiuni; aceste regiuni sunt "parti" infinite din plan.



Prin constructia unui unghi intr-un plan sunt determinate doua multimi infinite de puncte numite regiuni.

Observatia nr 6 : Cele doua semidrepte se numesc laturile unghiului, iar originea comuna se numeste varful unghiului.

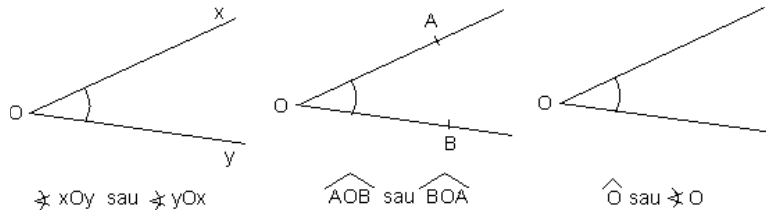
Observatia nr 7:Doua semidrepte concurente in origine determina doua unghiuri cu laturile comune; pentru a pune in evidenta care unghi este luat in considerare, il marcam cu un arc de cerc (ca in figura de mai sus); originea

\widehat{AOB} sau $\sphericalangle AOB$

comuna a semidreptelor se numeste varful unghiului, iar semidreptele se numesc laturile unghiului .

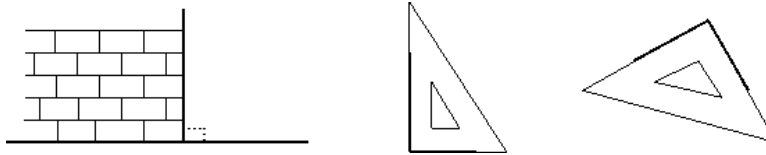
Putem nota un unghi cu trei litere : , unde punctele

A si B se afla pe cate o latura, iar litera O aflata la mijlocul notatiei, denumeste varful. Putem nota un unghi cu o singura litera care denumeste varful.



Unghiul drept

Putem observa unghiul drept in constructia unei cladiri. Echerul, prin constructia sa, ne ofera imaginea unghiului drept.



Daca nu vorbim in limbajul geometriei: unghiul este figura geometrica formata prin intersectia a doua semidrepte a caror deschidere este egala cu aceea pe care o au intre ele verticala cu orizontala.

Propozitia scrisa mai sus nu este o definitie ,ci o descriere. Obtinem definitia unghiului drept dupa ce ne insusim notiunile descrise in continuare.

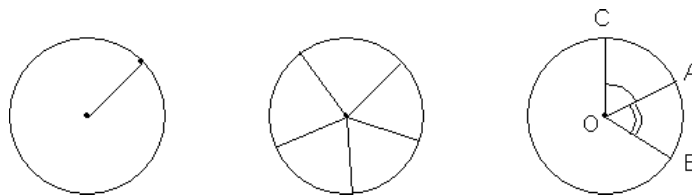
Definitia cercului: Cercul este figura geometrica plana ale carei puncte sunt egal departate (se afla la aceiasi distanta) de un punct fix numit centrul cercului; punctul ce reprezinta centrul cercului este situat in acelasi plan cu celelalte puncte ale cercului.

Segmentul care uneste un punct de pe cerc cu centrul cercului se numeste raza cercului. Intr-un cerc dat putem construi oricat de multe raze.

Elementele principale ale cercului sunt centrul si raza.

Daca stim unde este localizat centrul si cat de mare este raza, atunci putem construi cercul.

Doua raze care se afla pe aceeasi dreapta formeaza un diametru.

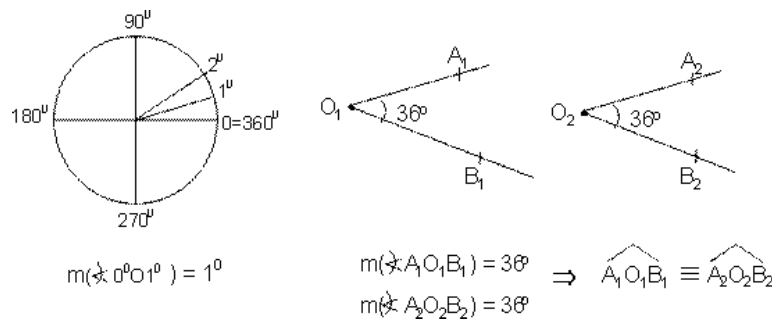


Definitia unghiului la centru: Se numeste unghi la centru unghiul care are varful in centrul cercului, iar laturile sale includ raze ale cercului.

Definitia unghiurilor congruente: Doua unghiuri sunt congruente daca prin suprapunere coincid.

Definitia unghiului de un grad (1°): Daca intr-un cerc avem 360 unghiuri la centru congruente, doua unghiuri sa nu aiba puncte interioare comune, incat sa acopere intreaga suprafata a cercului, atunci masura unui astfel de unghi este de un grad si scriem 1°.

Observatia nr.7: Doua unghiuri congruente au aceeasi masura.

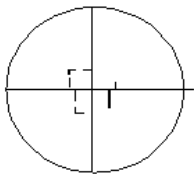


Observația nr.8: Dacă două drepte sunt concurente și cele patru unghiuri formate sunt congruente, atunci măsura unuia dintre ele este de 90° și un astfel de unghi se numește unghi drept.

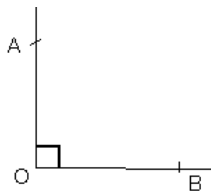
Dacă dreptele a și b formează un unghi de 90° spunem că sunt perpendiculare; scriem: $a \perp b$ și citim: "dreapta a este perpendiculară pe dreapta b"

Laturile unui unghi drept sunt perpendiculare.

Putem construi unghiul drept cu ajutorul echerului sau cu ajutorul raportorului; echerul are în construcția sa un unghi drept, iar raportorul are pe scară gradată diviziunea pentru 90° .



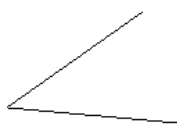
Patru unghiuri la centru congruente



$m\angle (AOB) = 90^\circ$
 $\angle AOB$ unghi drept ($OA \perp OB$)

Putem desena un unghi drept cu ajutorul echerului.

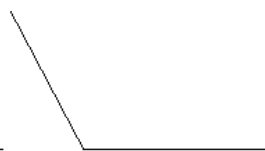
Unghiul cu "deschiderea" mai mică decât a unghiului drept se numește unghi ascuțit, iar unghiul cu "deschiderea" mai mare decât a unghiului drept se numește unghi obtuz.



Unghi ascuțit

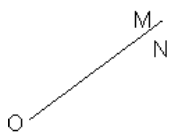


Unghi drept

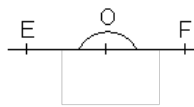


Unghi obtuz

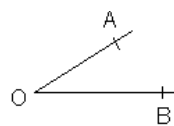
Unghiul nul, unghiul alungit, unghiul propriu



Unghiul nul MON



Unghiul alungit EOF

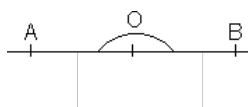


Unghiul propriu AOB

Unghiuri congruente; unitati de masura pentru unghiuri

Definiție: Două unghiuri care prin suprapunere coincid se numesc unghiuri congruente.

Convenție: Admitem că orice unghi alungit are măsura de 180°

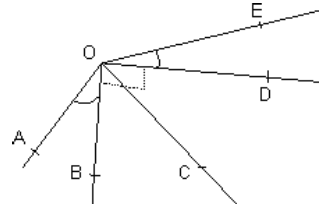


$$m(\widehat{AOB}) = 180^\circ$$

Un unghi are măsura de un grad (1°) dacă măsura lui reprezintă a 180 - a parte din măsura unui unghi alungit.

Submultiplii gradului sunt minutul si secunda:

$$1^\circ = 60' ; 1' = 60'' ; 1^\circ = 3600''.$$



Probleme rezolvate (24)

900. Pentru figura alaturata scrieti folosind notatia cu trei litere:

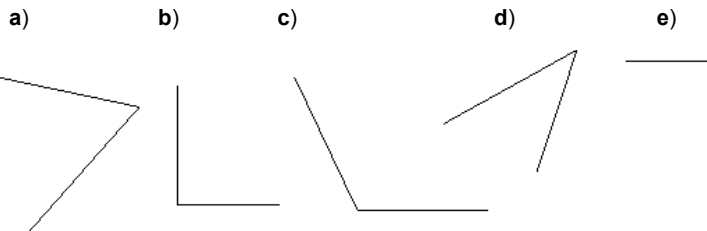
- a) unghiul drept; b) unghiurile obtuze;
c) unghiurile ascutite.

-

Rezolvare:

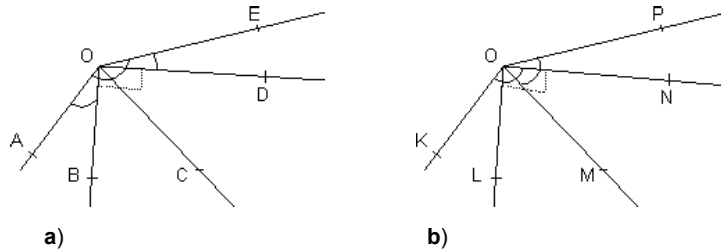
- a) $\angle BOD = 1 \text{ dr.}$;
b) unghiuri obtuze: $\angle AOD$; $\angle BOE$; $\angle AOE$;
c) unghiuri ascutite: $\angle AOB$; $\angle BOC$; $\angle COD$; $\angle DOE$.

901. Folosind echerul determinati ce fel de unghi este desenat in fiecare caz:

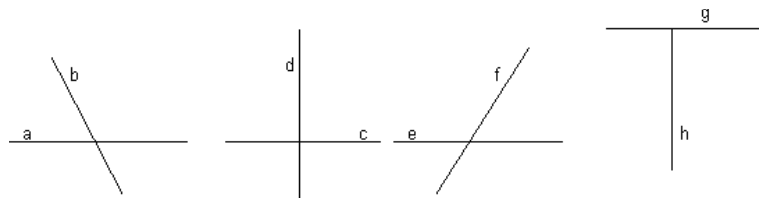


Raspuns: a) unghi ascutit; b) unghi drept; c) unghi obtuz; d) unghi ascutit; e) unghi drept.

902. Folosind echerul determinati ce fel de unghi este fiecare dintre cele puse in evidenta in desen:



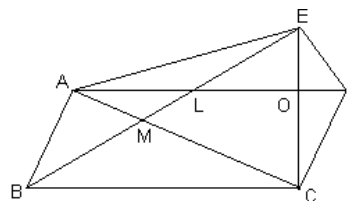
- a) $\angle AOB = \angle$ ascutit; $\angle BOD = 1 \text{ dr.}$; $\angle DOE = \angle$ ascutit; $\angle AOE = \angle$ obtuz.



determinati care perechi de drepte sunt perpendiculare si care sunt oblice:

903. Folosind echerul

904. Pentru figura alaturata, folosind scrierea cu trei litere scrieti cinci unghiuri ascutite, doua unghiuri obtuze si trei unghiuri drepte. Pentru comparatie folositi echerul.



oblice; c si d sunt perpendiculare; e si f sunt oblice; g si h sunt perpendiculare.

Raspunsuri: a si b sunt

Rezolvare:

Unghiuri ascutite: $\angle ACB, \angle ALM, \angle AEB, \angle EAD, \angle BEC;$

Unghiuri obtuze: $\angle BAE, \angle BCD;$

Unghiuri drepte: $\angle AOC, \angle BCE, \angle AOE.$

905.s) Laturile unui unghi nu se pot masura deoarece sunt ...

t) Verticala si orizontala formeaza un unghi.....

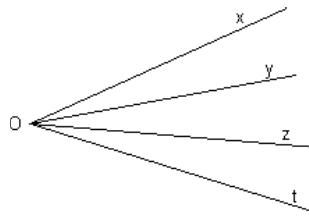
t) Doua drepte perpendiculare formeaza patru unghiuri .

u) Unghiul ce are masura mai mica decat a unghiului drept se numeste ...

v) Unghiul ce are masura mai mare decat a unghiului drept se numeste ..

Rezolvare:

s) semidrepte; t) unghi drept; t) drepte; u) unghi ascutit; v) unghi obtuz.



906. Pentru figura alaturata specificati

cate unghiuri determina semidreptele

$[Ox, [Oy, [Oz$ si $[Ot.$

Rezolvare:

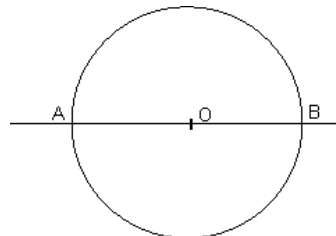
Unghiurile determinate sunt:

$\angle xOy, \angle xOz, \angle xOt, \angle yOz, \angle yOt, \angle zOt.$

907. Prin definitie, masura unui unghi alungit este de $180^0.$

Un diametru imparte cercul in doua parti congruente.

Daca " acoperim" cercul cu unghiuri la centru congruente, fiecare avand masura de $1^0,$ cate astfel de unghiuri sunt necesare ?



Rezolvare:

Centrul cercului apartine diametrului.

Construind un diametru avem, de fapt,

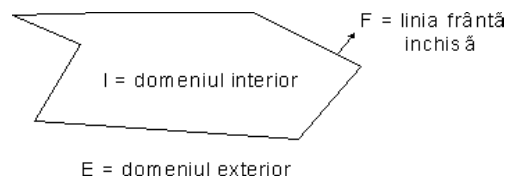
doua unghiuri alungite.

Raspuns: 360 unghiuri.

Poligoane; triunghiul (25)

O linie franta inchisa delimiteaza o parte din plan: insasi linia franta este conturul (frontiera) dintre "interior" si "exterior". Deci, prezenta unei linii frante inchise intr-un plan determina doua domenii: domeniul interior format din punctele planului "inconjurate" de linia franta si domeniul exterior format din punctele ce nu apartin nici domeniului interior, nici liniei frante. Linia franta este "granita" dintre domeniul interior si domeniul exterior.

Definitie : Reuniunea liniei frante inchise cu domeniul ei interior se numeste poligon.

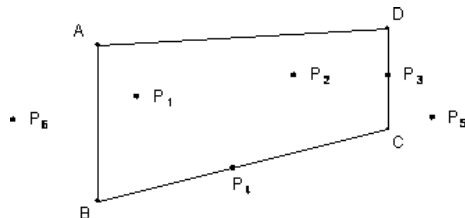


Observatie. Poligonul reprezinta o multime de puncte din plan; aceasta multime este o parte finita din plan, deci este masurabila.

Poligoanele sunt clasificate dupa numarul de laturi; astfel avem: patrulaterul, adica poligoanele cu patru laturi, pentagoanele sunt poligoanele cu cinci laturi, hexagoanele, etc.

La randul lor patrulaterul sunt:

patrate, dreptunghiuri, romburi, trapeze, etc.



Exemplu Notam cu P multimea punctelor ce constituie poligonul de mai jos, cu E domeniul exterior, cu F frontiera, cu I domeniul interior. Aflati valoarea de adevar pentru urmatoarele propozitii:

- 1) $A \in P$; 2) $P_1 \in P$; 3) $P_2 \notin P$; 4) $P_3 \in F$; 5) $P_4 \in I$;
- 6) $P_2 \in I$; 7) $P_5 \in P$; 8) $P_5 \notin P$; 9) $P_5 \in E$; 10) $P \notin E$;
- 11) $P_4 \in E$; 12) $P_3 \notin I$; 13) $D \in F$; 14) $C \in I$; 15) $B \notin E$;

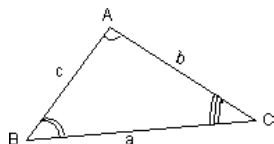
Raspunsuri: 1) A; 2) A; 3) F; 4) A; 5) F; 6) A; 7) F; 8) A; 9) A; 10) F; 11) F; 12) A; 13) A; 14) F; 15) A.

Segmentele ce constituie linia franta se numesc laturile poligonului, iar capetele acestor segmente se numesc varfurile poligonului. Varfurile A si B sunt invecinate, iar varfurile A si C sunt neinvecinate. Segmentul care uneste doua varfuri neinvecinate ale poligonului se numeste diagonala.

Poligonul din exemplul dat are doua diagonale: AC si BD.

Triunghiul

Definitie: Triunghiul este poligonul cel mai simplu.



Un triunghi are sase elemente:

a)



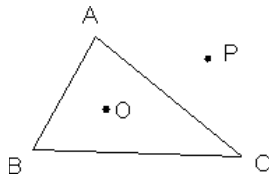
trei laturi: a, b, c.

b) 757d37h trei unghiuri: ; ; .

Definitie. Figura geometrica ce se formata prin reuniunea a trei segmente $[AB]$, $[BC]$ si $[CA]$, unde A,B,C sunt puncte necoliniare, se numeste triunghi.

Altfel notate elementele triunghiului **a)** laturile : $[AB]$, $[AC]$, $[BC]$ si

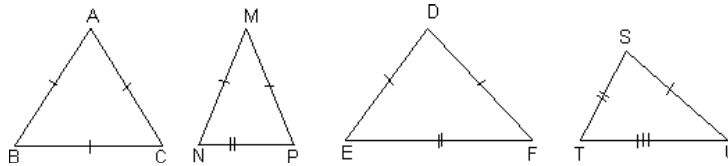
b) 757d37h unghiurile: $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$.



$$\begin{cases} O \in \text{Int } \triangle ABC \\ P \in \text{Ext } \triangle ABC \end{cases} \text{ si } \begin{cases} \hat{A} \leftarrow \text{op} \rightarrow [BC] \\ \hat{B} \leftarrow \text{op} \rightarrow [AC] \\ \hat{C} \leftarrow \text{op} \rightarrow [AB] \end{cases}$$

Clasificarea triunghiurilor

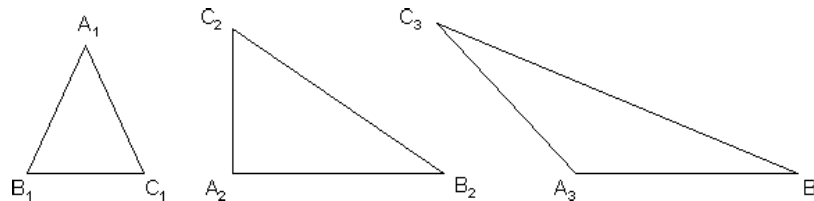
a) dupa laturi : **1)** echilateral; **2)** isoscel; **3)** scalen.



Triunghiul echilateral are toate laturile congruente.

Triunghiul isoscel are doua laturi congruente.

Triunghiul scalen (sau oarecare) cu laturile necongruente diferite cu lungimile neegale.



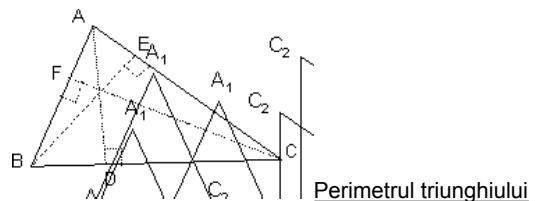
b) dupa unghiuri: **1)** ascutitunghic; **2)** dreptunghic; **3)** obtuzunghic.

Triunghiul ascutitunghic are toate unghiurile ascutite.

Triunghiul dreptunghic are un unghi drept.

Triunghiul obtuzunghic are un unghi obtuz.

Nota : In triunghiul dreptunghic laturile ce formeaza unghiul drept se numesc catete si latura ce se opune unghiului drept se numeste ipotenuza.



Intelegem prin perimetrul unui triunghi

suma lungimilor laturilor sale:

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC.$$

Aria triunghiului

Putem construi perpendiculara pe o latura a unui triunghi care sa contina varful opus.

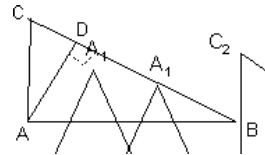
O astfel de perpendiculara

se numeste inaltime in triunghi. Punctul unde o inaltime intalneste latura triunghiului se numeste piciorul inaltimii (al perpendiculararei).

Intr-un triunghi putem construi trei astfel de inaltime, corespunzatoare celor trei laturi ale triunghiului.

$$\text{Daca: } \begin{cases} AD \perp BC \\ BE \perp AC \\ CF \perp AB \end{cases} \text{ si } \begin{cases} AD = h_{1\Delta ABC} \\ BE = h_{2\Delta ABC} \\ CF = h_{3\Delta ABC} \end{cases} \text{ si } \begin{cases} BC = b_1 \text{ (baza)} \\ AC = b_2 \\ AB = b_3 \end{cases} .$$

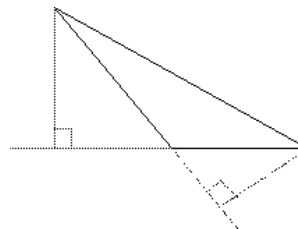
Intelegem prin aria triunghiului semiprodusul dintre lungimea bazei si inaltimea corespunzatoare. Putem exprima aria unui triunghi in trei moduri:



$$A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AD}{2} = \frac{AC \cdot BE}{2} = \frac{AB \cdot CF}{2} \text{ sau:}$$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} = \frac{b_2 \cdot h_2}{2} = \frac{b_3 \cdot h_3}{2} .$$

In cazul triunghiului dreptunghic una dintre catete poate fi considerata baza, iar cealalta cateta inaltime.



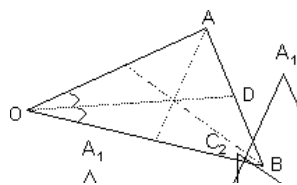
Notam: $AB = c_1$; $AC = c_2$; $BC = i$.

= i.

$$\text{Deci: } A_{\Delta ABC} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{i \cdot h_i}{2} \text{ sau:}$$

$$A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{BC \cdot AD}{2} .$$

In cazul triunghiului obtuzunghic doua dintre inaltime intalnesc laturile pe prelungirile lor.



Bisectoarea in triunghi este

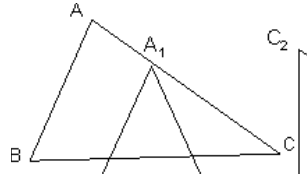
bisectoarea unui unghi din triunghi.

Din: $[OD = \text{bisectoarea } \angle AOB \text{ } \text{P}$

$\text{P } \angle AOD \equiv \angle BOD .$

Un triunghi are trei bisectoare.

Probleme rezolvate (25)



908. Fie triunghiul ABC. Enumerati:

a) varfurile; b) laturile; c) unghiurile.

Rezolvare :

a) varfurile : A; B; C.

b) laturile: [AB]; [BC]; [AC].

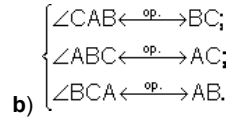
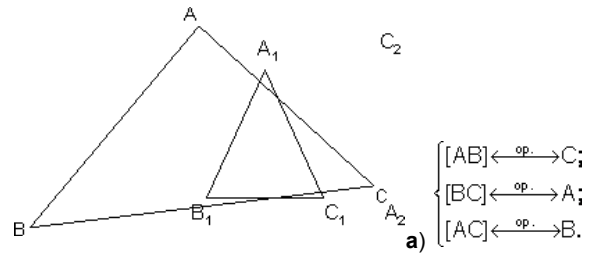
c) unghiurile: $\angle CAB$; $\angle ABC$; $\angle ACB$.

909. Fie triunghiul ABC. Construiti propozitii matematice prin care sa aratati ca:

a) unei laturi i se opune un varf (unui varf i se opune o latura).

b) unui unghi i se opune o latura (unei laturi i se opune un unghi).

Rezolvare :



910. Fie triunghiul ABC si urmatoarele propozitii:

a)

$$\widehat{ABC} \xleftrightarrow{op.} [CA];$$

$$\widehat{CAB} \xleftrightarrow{op.} [BA];$$

$$[AB] \xleftrightarrow{op.} \widehat{BCA};$$

b) $[BC] \xleftrightarrow{op.} A$; c) [AB este latura alaturata unghiului cu varful in A. d)

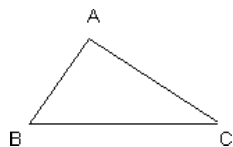
f) \hat{A} este

e)

$$\widehat{ACB}$$

alaturat laturii [BC]; g) este alaturat laturii AB.

Rezolvare : Aflati valoarea de adevar a acestor propozitii.



a) A; b) A; c) A; d) A; e) F; f) A; g) F.

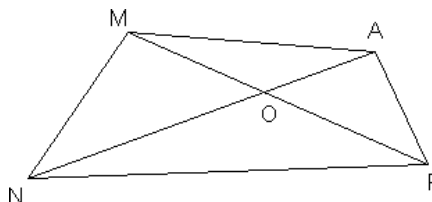
911. Fie triunghiul MNP si punctul A exterior acestui triunghi astfel incat:

$[MP] \cap [AN] = \{A\}$. Unim punctele: A - M si A - N si A - P.

Aflati valoarea de adevar in cazul urmatoarelor propozitii :

- a) NExt DAMP; b) PInt DAMN; c) [OA] este latura a triunghiului MNP; d) [PO] este o latura unghiului AMP;
- e) Punctele segmentului (NO) se afla in interiorul DAMP; f) Punctele segmentului (MO) se afla in interiorul DAMN;
- g) Un punct din interiorul DAOP se afla in interiorul DAMP; h) Un punct din interiorul DNOP se afla in interiorul DANP; i) Punctul P se afla in exteriorul DMON.

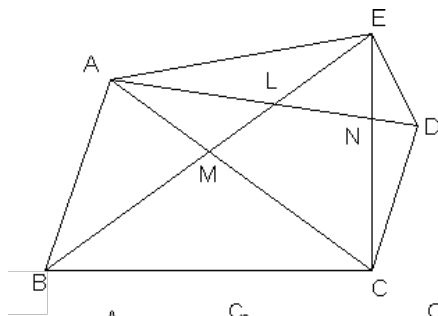
Rezolvare :



- a) A; b) A; c) F; d) A; e) F;
- f) A; g) A; h) A; i) A.

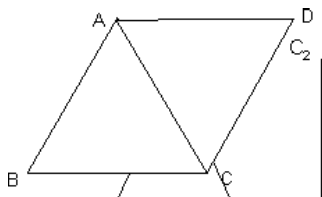
912. Triunghiurile ABC, ACD si ADE nu au puncte interioare comune. Unim punctele B - E si C - E si notam : $= [BE] \cap [AC]$, $= [BE] \cap [AD]$ si $= [CE] \cap [AD]$. Aflati valoarea de adevar pentru urmatoarele propozitii :

- a) DInt DABC; b) LInt DACE; c) NInt DAED; d) NInt DDCN; e) NInt DACD; f) (NE)Int DLE; g) (LM)Int DCAN;
- h) Int DABM Int DABC; i) Int DLNE Ext DDCN; j) Int DALM Int DDCN = AE.



Rezolvare :

- a) A; b) A; c) F; d) A; e) F;
- f) A; g) F; h) A; i) F; j) A.

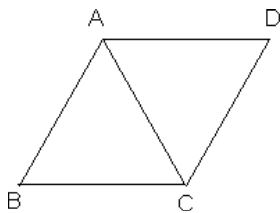


913. Aratati ca triunghiurile echilaterale ABC si ACD nu au puncte interioare comune daca punctele A, B, C si D sunt distincte.

Rezolvare :

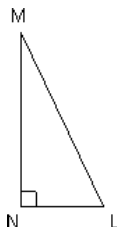
Daca triunghiurile date ar avea puncte interioare comune, atunci DACD s - ar suprapune pe triunghiul ABC si B = D. Dar B ≠ D; deci fig. alaturata reprezinta unica posibilitate ca desen al problemei.

914. Dacă triunghiurile ABC și ADC echilaterale atunci triunghiurile ABD și BDC sunt isoscele.



$$\left. \begin{array}{l} \text{Dacă } \triangle ABC = \text{echilateral} \Rightarrow [AB] \equiv [AC] \equiv [BC] \\ \text{Dacă } \triangle ADC = \text{echilateral} \Rightarrow [AC] \equiv [AD] \equiv [CD] \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [AB] \equiv [AD] \\ [BC] \equiv [CD] \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \triangle ABD = \text{isoscel} \\ \triangle BCD = \text{isoscel} \end{array} \right.$$



915. În triunghiul dreptunghic LMN latura LM este ipotenuza. Care sunt unghiurile ce se opun catetelor ?

Rezolvare :

$$\text{Din: LM} \quad \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{op}} \hat{N} \\ \xrightarrow{\text{op}} \hat{L} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} [NM] \rightarrow \text{catetă} \\ [NL] \rightarrow \text{catetă} \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{l} [MN] \xrightarrow{\text{op}} \hat{L} \\ [NL] \xrightarrow{\text{op}} \hat{M} \end{array} \right] \end{array} \right.$$

916. În triunghiul dreptunghic ABC unghiul \hat{C} este ascuțit și [BC] este cateta. Indicați ipotenuza.

Rezolvare :

$$\text{Dacă: } \left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \text{unghi ascuțit} \\ \text{și din ipoteza } BC = \text{catetă} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{AC} = \text{ipotenuza.}$$

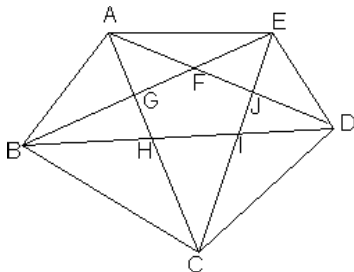
917. Triunghiul MNP este dreptunghic cu unghiul M ascuțit. Indicați variantele de construcție ale triunghiului.

Rezolvare:

$$\text{Dacă: } \left\{ \begin{array}{l} \triangle MNP = \text{dreptunghi c} \\ m(\hat{M}) < 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{var ianta I : } m(\hat{N}) = 90^\circ \\ \text{var ianta II : } m(\hat{P}) = 90^\circ \end{array} \right.$$

918. Exprimați în centimetri perimetrul triunghiului ABC dacă AB = 57 cm; BC = 68 cm și AC = 47 cm.

Rezolvare:



$$\text{Din: } \left\{ \begin{array}{l} AB = 57 \text{ cm ; } BC = 68 \text{ cm} \\ AC = 47 \text{ cm} \end{array} \right. \Rightarrow P_{\triangle} = AB + AC + BC = (57 + 68 + 47) \text{ cm} = 172 \text{ cm}$$

919. Pentru figura alaturată enumerați:

- 9 din triunghiurile notate;
- 757d37h laturile triunghiurilor care au

punctul B varf comun;

c) unghiurile triunghiurilor care au pe [BE] latura comuna.

Rezolvare:

a) DAFE; DAGF; DABG; DABE; DCJD; DACE; DABD; DHIC; DBCH.

b) DABG: $\begin{cases} [AB] \\ [AG] \\ [BG] \end{cases}$; DABF: $\begin{cases} [AB] \\ [AF] \\ [BF] \end{cases}$; DABE: $\begin{cases} [AB] \\ [AE] \\ [BE] \end{cases}$; DBHG: $\begin{cases} [BH] \\ [BG] \\ [HG] \end{cases}$;

DBIE: $\begin{cases} [BE] \\ [BI] \\ [EI] \end{cases}$; DBDE: $\begin{cases} [BE] \\ [BD] \\ [DE] \end{cases}$; DBCH: $\begin{cases} [BC] \\ [BH] \\ [CH] \end{cases}$; DBCI: $\begin{cases} [BC] \\ [CI] \\ [BI] \end{cases}$; DBCD: $\begin{cases} [BC] \\ [CD] \\ [BD] \end{cases}$.

c) DBAE: $\begin{cases} \angle ABE \\ \angle AEB \\ \angle BAE \end{cases}$; DBIE: $\begin{cases} \angle EBI \\ \angle BIE \\ \angle IEB \end{cases}$; DBEC: $\begin{cases} \angle BEC \\ \angle ECB \\ \angle BCE \end{cases}$; DBED: $\begin{cases} \angle BED \\ \angle EDB \\ \angle DBE \end{cases}$.

920. Calculati perimetrul unui triunghi echilateral ABC cand:

a) AB = 9 dm; b) BC = 127 cm; c) AC = 865 mm; d) AB = 1000 m.

Rezolvare:

Daca triunghiul ABC este echilateral avem: $\begin{cases} P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC \\ AB = BC = AC \end{cases}$

↳ $P_{\Delta ABC} = 3 \cdot AB = 3 \cdot AC = 3 \cdot BC$.

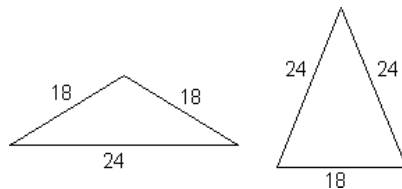
a) $\begin{cases} P_{\Delta ABC} = 3 \cdot AB \\ AB = 9 \text{ dm} \end{cases} \Rightarrow P_{\Delta ABC} = 3 \cdot 9 \text{ dm} = 27 \text{ dm}$;

b) 757d37h $\begin{cases} P_{\Delta ABC} = 3 \cdot BC \\ BC = 127 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_{\Delta ABC} = 3 \cdot 127 \text{ m} = 381 \text{ m}$;

c) $\begin{cases} P_{\Delta ABC} = 3 \cdot AC \\ AC = 865 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow P_{\Delta ABC} = 3 \cdot 865 \text{ cm} = 2595 \text{ cm}$;

d) $\begin{cases} P_{\Delta ABC} = 3 \cdot AB \\ AB = 1000 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow P_{\Delta ABC} = 3 \cdot 1000 \text{ m} = 3000 \text{ m}$.

921. Calculati perimetrul unui triunghi isoscel cunoscand ca doua laturi au lungimile de 18 cm, respectiv 24cm.



Rezolvare:

Varianta I

Lungimea bazei = 24cm ↳

↳ PD = 18 + 18 + 24 = 60 cm.

Varianta II

Lungimea bazei = 18 cm ↳

↳ PD = 24 + 24 + 18 = 66 cm.

922. Un triunghi echilateral are perimetrul de 279 cm. Aflati lungimea laturii triunghiului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} P_{\Delta} = 3 \cdot \ell \\ P_{\Delta} = 279 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot \ell = 279 \Rightarrow \ell = 93 \text{ cm.}$$

923. Un triunghi echilateral are perimetrul mai mare decat latura cu 86 dm. Aflati lungimea unei laturi si calculati perimetrul triunghiului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} P_{\Delta} = 3 \cdot \ell \\ P_{\Delta} = \ell + 86 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot \ell = \ell + 86 \Rightarrow 2 \cdot \ell = 86 \Rightarrow \ell = 43 \text{ dm}$$

$$\text{Din: } \begin{cases} P_{\Delta} = 3 \cdot \ell \\ P_{\Delta} = 129 \text{ dm} \end{cases}$$

924. Sase triunghiuri echilaterale au perimetrele egale si suma perimetrelor lor este de 72 m. Calculati lungimea unei laturi.

Rezolvare:

$$\begin{cases} 6 \cdot P_{\Delta} = 72 \text{ m} \\ P_{\Delta} = 3 \cdot \ell_1 \end{cases} \Rightarrow 6 \cdot 3 \cdot \ell_1 = 72 \text{ m} \Rightarrow \ell_1 = 72 : 18 \Rightarrow \ell_1 = 4 \text{ m.}$$

925. Un triunghi isoscel are lungimile laturilor egale de cate 14 cm si perimetrul de 44 cm. Aflati lungimea celei de-a treia laturi.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell_1 = \ell_2 = 14 \text{ cm} \\ P_{\Delta} = 2 \cdot \ell_1 + \ell_3 = 44 \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 14 + \ell_3 = 44 \Rightarrow \ell_3 = 44 - 28 \Rightarrow \ell_3 = 16 \text{ cm.}$$

926. Un triunghi isoscel are lungimile a doua laturi de 6 cm si 8 cm. Calculati perimetrul triunghiului.

$$\begin{cases} \ell_1 = \ell_2 = 6 \text{ cm} \\ \ell_3 = 8 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{VI: Din: } P_{\Delta} = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 \Rightarrow P_{\Delta} = 6 + 6 + 8 \Rightarrow P_{\Delta} = 20 \text{ cm.}$$

$$\begin{cases} \ell_1 = 6 \text{ cm} \\ \ell_2 = \ell_3 = 8 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{VII: Din: } P_{\Delta} = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 \Rightarrow P_{\Delta} = 6 + 8 + 8 \Rightarrow P_{\Delta} = 22 \text{ cm.}$$

927. Un triunghi isoscel are lungimea unei laturi de 12 cm si perimetrul de 46 cm. Calculati lungimile celorlalte laturi ale triunghiului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell_1 = \ell_2 = 12 \text{ cm} \\ P_{\Delta} = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = 46 \end{cases} \Rightarrow 12 + 12 + \ell_3 = 46 \Rightarrow \ell_3 = 46 - 24 = 22 \text{ cm.}$$

$$\begin{cases} \ell_1 = 12 \text{ cm} \\ \ell_2 = \ell_3 \end{cases}$$

$$\text{VII: Din: } P_{\Delta} = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = 46 \text{ cm} \Rightarrow 12 + 2 \cdot \ell_2 = 46 \Rightarrow \ell_2 = 17 \text{ cm.}$$

928. Un triunghi are lungimea unei laturi de 46 cm si inaltimea corespunzatoare acestei laturi de 38cm. Calculati aria triunghiului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} b_1 = 46 \text{ cm}; h_1 = 38 \text{ cm} \\ A_{\Delta} = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} \end{cases} \Rightarrow A_{\Delta} = \frac{46 \cdot 38}{2} \Rightarrow A_{\Delta} = 23 \cdot 38 \Rightarrow A_{\Delta} = 874 \text{ cm}^2$$

929. Un triunghi dreptunghic are aria de 240 cm² si lungimea unei catete de 16 cm. Aflati lungimea celeilalte catete.

Rezolvare:

$$\begin{cases} A_{\Delta} = 240 \text{ cm}^2; c_1 = 16 \text{ cm} \\ A_{\Delta} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{16 \cdot c_2}{2} = 480 \Rightarrow 16 \cdot c_2 = 480 \Rightarrow c_2 = 30 \text{ cm.}$$

930. Suma lungimilor laturilor a doua triunghiuri echilaterale este de 54 cm. Aflati, in cm, lungimile laturilor triunghiurilor stiind ca sunt numere prime.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} 3 \cdot \ell_1 + 3 \cdot \ell_2 = 54 \\ (\ell_1; \ell_2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ell_1 + \ell_2 = 18 \\ (\ell_1; \ell_2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 \text{ cm} + 13 \text{ cm} = 18 \text{ cm} \\ 7 \text{ cm} + 11 \text{ cm} = 18 \text{ cm} \end{cases}$$

931. Un triunghi dreptunghic are lungimile catetelor de 12 cm si 18 cm. Calculati aria triunghiului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} c_1 = 12 \text{ cm}; c_2 = 18 \text{ cm}; A_{\Delta} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} \Rightarrow A_{\Delta} = \frac{12 \cdot 18}{2} \Rightarrow A_{\Delta} = 108 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

932. Un triunghi dreptunghic are lungimile catetelor de 30 cm si 40 cm, iar lungimea ipotenuzei de 50 cm. Calculati perimetrul si aria triunghiului.

Rezolvare:

$$P_{\Delta} = (30 + 40 + 50) \text{ cm} \Rightarrow P_{\Delta} = 120 \text{ cm}; A_{\Delta} = \frac{30 \cdot 40}{2} \Rightarrow A_{\Delta} = 600 \text{ cm}^2$$

933. Un triunghi are lungimea unei laturi de 68 cm si aria de 2686 cm²; calculati lungimea inaltimii corespunzatoare laturii date.

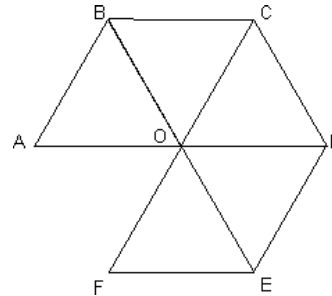
Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} b_1 = 68 \text{ cm} \\ A_{\Delta} = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} \\ A_{\Delta} = 2686 \end{cases} \Rightarrow \frac{68 \cdot h_1}{2} = 2686 \Rightarrow 34 \cdot h_1 = 2686 : 34 \Rightarrow h_1 = 79 \text{ cm}$$

934. Un triunghi are lungimile a doua laturi de 20 cm si 35 cm. Inaltimea corespunzatoare primei laturi este de 14 cm. Aflati lungimea inaltimii corespunzatoare celei de-a doua laturi.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} h_1 = 14 \text{ cm} \\ A_{\Delta} = \frac{\ell_1 \cdot h_1}{2} = \frac{\ell_2 \cdot h_2}{2} \\ \ell_1 = 20 \text{ cm}; \ell_2 = 35 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \frac{20 \cdot 14}{2} = \frac{35 \cdot h_2}{2} \Rightarrow h_2 = 280 : 35 \Rightarrow h_2 = 8 \text{ cm}$$

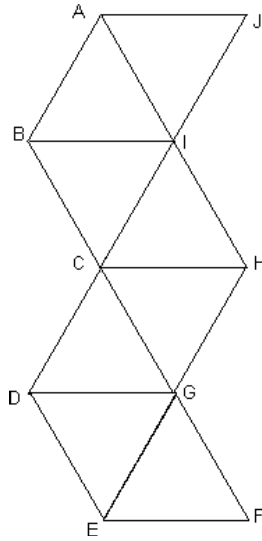


935. Figura alaturata este

formata prin
alaturarea consecutiva a sase
triunghiuri echilaterale.
Perimetrul unuia dintre triunghiuri este
de 78 cm. Calculati perimetrul
noului contur (O-A-B-C-D-E-F-O).

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} P_{\Delta} = 78 \text{ cm} \\ P_{\Delta} = 3 \cdot \ell \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot \ell = 78 \Rightarrow \ell = 78 : 3 \Rightarrow \ell = 26 \text{ cm}$$



$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 26 \text{ cm} \\ P_{n.c.} = 7 \cdot \ell \end{cases} \Rightarrow P_{n.c.} = 7 \cdot 26 \Rightarrow P_{n.c.} = 182 \text{ cm.}$$

182 cm.

936. Figura alaturata este formata prin alaturarea consecutiva a opt triunghiuri echilaterale. Perimetrul unuia dintre triunghiuri este de 549 cm. Calculati perimetrul noului contur (A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-A).

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} P_{\Delta DEG} = 549 \text{ cm} \\ P_{\Delta DEG} = 3 \cdot DE \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot DE = 549 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DE = 549 : 3 \Rightarrow DE = 183 \text{ cm;}$$

$$\text{Din: } \begin{cases} DE = 183 \text{ cm} \\ P_{N.C.} = 10 \cdot DE \end{cases} \Rightarrow P_{N.C.} = 10 \cdot 183 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{N.C.} = 1830 \text{ cm.}$$

937. Se construiește o figura asemanatoare celei alaturate inasa numarul triunghiurilor participante este de 1020 si perimetrul noului contur este de 3066 cm.

Aflati perimetrul unui triunghi - parte componenta.

Rezolvare:

In problema precedenta numarul laturilor noului contur a fost de 10, iar numarul de triunghiuri 8. In problema nr 935 numarul de laturi a fost de 7 si numarul triunghiurilor participante - 5.

Putem realiza constructii asemanatoare si vom constata ca numarul de laturi ale noului contur este mai mare cu 2 decat numarul de triunghiuri.

Pentru problema prezenta numarul de triunghiuri este de 1020, atunci numarul de laturi pentru noul contur este de 1022.

$$\text{Din: } \begin{cases} P_{N.C.} = 3066 \text{ cm} \\ P_{N.C.} = \text{nr. de laturi} \cdot \text{lungimea unei laturi} \\ N.r. = 1022 \end{cases} \Rightarrow \text{lungimea unei laturi} =$$

$$= 3066 : 1022 = 3 \text{ cm; din: } \begin{cases} \ell = 3 \text{ cm} \\ P_{\Delta} = 3 \cdot \ell \end{cases} \Rightarrow P_{\Delta} = 3 \cdot 3 \Rightarrow P_{\Delta} = 9 \text{ cm.}$$

Probleme propuse (25)

938. Fie triunghiul MNP. Numiti: **a)** varfurile; **b)** laturile; **c)** unghiurile.

939. Fie triunghiul KLQ. Construiti propozitii matematice prin care sa aratati ca:

- a) unei laturi i se opune un varf (unui varf i se opune o latura).
- b) unui unghi i se opune o latura (unei laturi i se opune un unghi).

940. Fie triunghiul RST si punctul K exterior acestui triunghi incat:

[RK] \perp [ST] = . Unim punctele: K - R si K - S si K - T.

Aflati valoarea de adevar in cazul urmatoarelor propozitii :

a) SExt DKRT; b) OInt DKRT; c) [OK] este latura a triunghiului RST; d) [TO este o latura unghiului KOT; e) Punctele segmentului (SO) se afla in interiorul DKRT; f) Punctele segmentului (RO) se afla in interiorul DKST;

g) Un punct din interiorul DKOT se afla in interiorul DKRT; h) Un punct din interiorul DSOR se afla in interiorul Δ KOT; i) Punctul T se afla in ext. DROS.

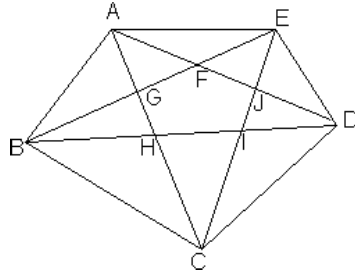
941. Triunghiurile LMU, LUP si LPZ nu au puncte interioare comune. Unim punctele M - Z si U - Z si notam : = [MZ] \perp [LP], = [MZ] \perp [LU] si = [UZ] \perp [LP]. Aflati valoarea de adevar pentru urmatoarele propozitii :

a) UInt DLMZ; b) KInt DLMP; c) PInt DLZU; d) Q I DLUZ; e) PInt DLPU; f) (UR)Int LUP; g) (KQ)Int DLUP; h) Int DLKQ Int DLUP;

i) Int DQRZ Ext DLMU; j) Int DLMZ \perp Int DLUP = Int. Δ LKQ.

942. In triunghiul dreptunghic ABC latura AB este ipotenuza. Care sunt unghiurile ce se opun catetelor ?

943. In triunghiul dreptunghic LMN unghiul $\angle N$ este ascutit si [MN] este cateta. Indicati ipotenuza.



944. Exprimati in cm. perimetrul triunghiului ABC daca AB = 67 cm; BC = 56 cm si AC = 79 cm.

945. Pentru figura alaturata numiti:

- a) 6 din triunghiurile notate;
- b) laturile triunghiurilor care au punctul E varf comun;
- c) unghiurile triunghiurilor care au pe [AC] latura comuna.

946. Calculati perimetrul unui triunghi echilateral ABC cand:

a) AB = 19 dm; b) BC = 209 cm; c) AC = 1098 mm; d) AB = 2345 m.

947. Calculati perimetrul unui triunghi isoscel cunoscand ca doua laturi au lungimile de 26 cm, respectiv 32cm.

948. Un triunghi echilateral are perimetrul de 4563 cm. Aflati lungimea laturii triunghiului.

949. Un triunghi echilateral are perimetrul mai mare decat latura cu 1794 dm. Aflati lungimea unei laturi si calculati perimetrul triunghiului.

950. Sase triunghiuri echilaterale au perimetrele egale si suma perimetrelor lor este de 2052 m. Calculati lungimea unei laturi.

951. Un triunghi isoscel are lungimile laturilor egale de cate 946 cm si perimetrul de 2766 cm. Aflati lungimea celei de-a treia laturi.

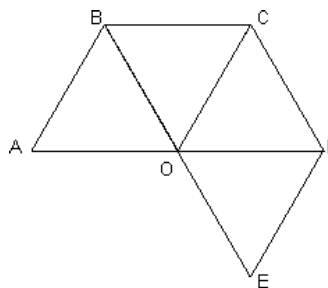
952. Un triunghi isoscel are lungimile a doua laturi de 638 cm si 894 cm. Calculati perimetrul triunghiului.

953. Un triunghi isoscel are lungimea unei laturi de 368 cm si perimetrul de 1232 cm. Calculati lungimile celorlalte laturi ale triunghiului.

954. Un triunghi are lungimea unei laturi de 5436 cm si inaltimea de 4876 cm. Calculati aria triunghiului.

955. Un triunghi echilateral are perimetrul de 9879 cm. Aflati lungimea laturii triunghiului.

956. Un triunghi echilateral are latura mai mica decat perimetrul cu 5952 dm. Aflati lungimea unei laturi si calculati perimetrul triunghiului.



957. Un triunghi are lungimile a doua laturi de 15 cm si 21 cm. Inaltimea corespunzatoare primei laturi este de 14 cm. Aflati lungimea inaltimii corespunzatoare celei de-a doua laturi.

958. Figura alaturata este formata prin alaturarea consecutiva a patru triunghiuri echilaterale. Perimetrul unuia dintre triunghiuri este de 5652 cm. Calculati perimetrul noului contur (O-A-B-C-D-E-O).

959. Un agricultor doreste sa imprejmuiasca un loc unde va depozita furaje si foloseste pari din doi in doi metri. Locul are forma de triunghi echilateral cu perimetrul de 30 de metri. Cati pari trebuie sa foloseasca ?

960. Un agricultor doreste sa imprejmuiasca un loc unde o sa cultive legume si foloseste pari din doi in doi metri. Locul are forma de triunghi echilateral cu perimetrul de 2468 de metri. Cati pari trebuie sa foloseasca ?

961. O gradina de zarzavat are forma de triunghi isoscel cu latura neegala de 720 m si perimetrul de 1920 m. Inaltimea corespunzatoare bazei reprezinta un sfert din perimetru. Calculati aria gradinii.

962. Un triunghi dreptunghic are lungimile laturilor de 15 cm, 20 cm si 25 cm. Calculati: a) perimetrul triunghiului; b) lungimea inaltimii corespunzatoare ipotenuzei; c) aria triunghiului.

963. Lungimile celor trei inaltimi ale unui triunghi dreptunghic sunt de 24 cm, 30 cm si 40 cm. Stiind ca lungimea ipotenuzei triunghiului este numar natural, calculati: lungimea ipotenuzei, perimetrul si aria triunghiului.

964. Intr-un triunghi dreptunghic ipotenuza este mai mare decat o cateta cu 1 cm si decat a doua cateta cu 8 cm. Perimetrul triunghiului este de 30cm. Aflati lungimile catetelor.

Raspunsuri la probleme propuse (25)

938. a) varfurile: M,N,P; b) laturile: MN,MP,NP; c) unghiurile: $\angle MNP$; $\angle MPN$; $\angle NMP$.

$$939. \text{ a) } \begin{cases} [KL] \xleftrightarrow{\text{op.}} Q; \\ [LQ] \xleftrightarrow{\text{op.}} K; \\ [QK] \xleftrightarrow{\text{op.}} L. \end{cases} \quad \text{ b) } \begin{cases} \angle LKQ \xleftrightarrow{\text{op.}} \angle LQK; \\ \angle KQL \xleftrightarrow{\text{op.}} \angle QKL; \\ \angle QLK \xleftrightarrow{\text{op.}} \angle QLK. \end{cases}$$

940. a) A; b) A; c) F; d) A; e) F; f) F; g) A; h) F; i) A.

941. a) A; b) A; c) F; d) A; e) F; f) A; g) F; h) A; i) F; j) A.

$$942. \text{ Din: } AB \xleftrightarrow{\text{op.}} \angle C \Rightarrow \begin{cases} [AC] \rightarrow \text{catetă} \\ [BC] \rightarrow \text{catetă} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [AC] \xleftrightarrow{\text{op.}} \angle B \\ [BC] \xleftrightarrow{\text{op.}} A \end{cases}$$

943. Daca: $\angle N = \text{unghi ascutit}$ si din ipoteza $MN = \text{catetă}$ } $\Rightarrow LN = \text{ipotenuza}$.

944. $P_{\triangle ABC} = 202$ cm. 945. a) $\triangle ABG$; $\triangle BHC$; $\triangle ACE$; $\triangle JID$; $\triangle AED$; $\triangle BDE$;

b) $\triangle AEF, \triangle EFJ, \triangle EJD, \triangle EAJ, \triangle EAD, \triangle EFD, \triangle EAB, \triangle EBC, \triangle ECD$. c) $\triangle ACB, \triangle ACE, \triangle ACD, \triangle ACJ$. **946. a)**
 $P_{\Delta} = 57 \text{ dm}$; b) $P_{\Delta} = 627 \text{ cm}$;

c) $P_{\Delta} = 3294 \text{ mm}$; d) $AB = 7035 \text{ m}$. **947.** $V_I: 84 \text{ cm}$; $V_{II}: 90 \text{ cm}$.

948. 1521 cm . **949.** $\ell = 897 \text{ dm}$; $P_{\Delta} = 2691 \text{ dm}^2$. **950.** 114 cm .

951. 874 cm . **952.** 2170 ; 2426 . **953.** 496 ; 432 . **954.** 13252968 .

955. 3293 . **956.** $2976; 8928$. **957.** 10 cm . **958.** 11304 . **959.** 15 pari . **960.** 1234 pari . **961.** 172800 m^2 ;

962. $P = 60 \text{ cm}$; $15 \cdot 20 = h_1 \cdot 25 \Rightarrow h_1 = 12 \text{ cm}$; $A = 150 \text{ cm}^2$.

963. Doua din cele trei inaltimi sunt catete; prin metoda eliminarii variantelor trebuie sa descoperim care din ele este inaltimea corespunzatoare ipotenuzei; una din relatiile de mai jos conduce catre rezultat:

$$1^0 \begin{cases} c_1 \cdot c_2 = h_1 \cdot ip \\ c_1 = 24 \text{ cm} \\ c_2 = 30 \text{ cm} \\ h_1 = 40 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow 24 \cdot 30 = 40 \cdot ip \Rightarrow ip = (24 \cdot 30) : 40 \Rightarrow ip = 18 \text{ cm};$$

$$2^0 \begin{cases} c_1 \cdot c_2 = h_1 \cdot ip \\ c_1 = 24 \text{ cm} \\ c_2 = 40 \text{ cm} \\ h_1 = 30 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow 24 \cdot 40 = 30 \cdot ip \Rightarrow ip = (24 \cdot 40) : 30 \Rightarrow ip = 32 \text{ cm};$$

$$3^0 \begin{cases} c_1 \cdot c_2 = h_1 \cdot ip \\ c_1 = 30 \text{ cm} \\ c_2 = 40 \text{ cm} \\ h_1 = 24 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow 30 \cdot 40 = 24 \cdot ip \Rightarrow ip = (30 \cdot 40) : 24 \Rightarrow ip = 50 \text{ cm}.$$

Este valabila varianta 3⁰ deoarece ipotenuza (de 50 cm) trebuie sa aiba lungimea mai mare decat oricare dintre catete (24 cm, 30 cm sau 40 cm).

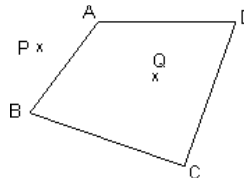
$$\text{Din: } \begin{cases} c_1 = 30 \text{ cm}; c_2 = 40 \text{ cm}; ip = 50 \text{ cm} \\ P_{\Delta} = c_1 + c_2 + ip; A_{\Delta} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{\Delta} = 30 + 40 + 50 = 120 \text{ cm} \\ A_{\Delta} = \frac{30 \cdot 40}{2} = 600 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$964. \text{ Din: } \begin{cases} ip = c_1 + 1 \\ ip = c_2 + 8 \end{cases} \Rightarrow c_1 + 1 = c_2 + 8 \Rightarrow c_1 = c_2 + 7; \text{ din: } \begin{cases} c_1 = c_2 + 7 \\ ip = c_2 + 8 \\ ip + c_1 + c_2 = 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_2 + 8 + c_2 + 7 + c_2 = 30 \Rightarrow 3 \cdot c_2 = 15 \Rightarrow c_2 = 5 \text{ cm}; c_1 = 12 \text{ cm}; ip = 13 \text{ cm}.$$

Patrulater (26)

Definitie: Poligonul ce are patru laturi se numeste patrulater.



Elementele poligonului:

- punctele A,B,C,D sunt varfurile patrulaterului;

- segmentele AB,BC,CD,DA sunt laturile;

- unghiurile cu varfurile in A,B,C,D sunt

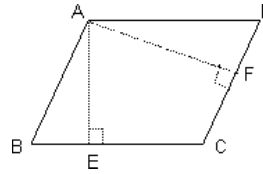
unghiurile patrulaterului;

Punctul Q este interior patrulaterului ABCD.

Punctul P este exterior patrulaterului ABCD.

Exista patrulater care au proprietati speciale: paralelogramul, patratul, dreptunghiul, trapezul si romb.

Paralelogramul este patrulaterul ce are laturile opuse paralele.



$$\text{Din: } \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow P_{(ABCD)} =$$

paralelogram.

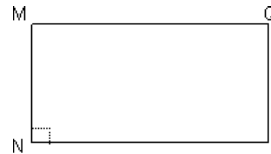
Se numeste inaltime in paralelogram segmentul care uneste doua laturi opuse si este perpendicular pe acestea. De obicei se considera inaltimea dusa dintr-un varf pe latura opusa.

De tinut minte: segmentul AB este una dintre laturi si, in cazul paralelogramului, nu este perpendicular pe latura BC; segmentul AE reprezinta inaltimea in paralelogram si ca perpendiculara coborata din A pe latura BC este unica; deci, AB nu poate figura ca inaltime in vreo formula.

Perimetrul paralelogramului exprima suma lungimilor tuturor laturilor; deci: $P_{(ABCD)} = AB + BC + CD + AD$. Perimetrul paralelogramului este un numar.

Aria paralelogramului exprima produsul dintre inaltime si lungimea laturii corespunzatoare; putem exprima aria paralelogramului in doua moduri: $A_{(ABCD)} = BC \cdot AE = CD \cdot AF$. Aria paralelogramului este un numar.

Dreptunghiul este paralelogramul cu toate unghiurile drepte.



Deoarece dreptunghiul este paralelogram

$$\text{raman valabile propozitiile: } \begin{cases} MQ \parallel NP \\ MN \parallel QP \end{cases}$$

Deoarece $MN \perp NP$ (definitia) putem exprima urmatoarea: laturile dreptunghiului sunt perpendiculare consecutiv.

Latura de lungime mai mica poate fi considerata inaltime, se noteaza, de obicei, cu litera ℓ , iar latura de lungime mai mare poate fi considerata baza si se noteaza, de obicei, cu litera L. Pentru simplitatea exprimarii, aceste dimensiuni se numesc latime si lungime.

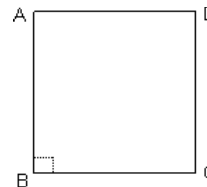
Perimetrul dreptunghiului exprima suma lungimilor tuturor laturilor; deci: $P_{(MNPQ)} = MN + NP + PQ + QM$. Perimetrul dreptunghiului este un numar.

$$\text{Din: } \begin{cases} MN = PQ = \ell \\ NP = MQ = L \end{cases} \Rightarrow P_{(MNPQ)} = MN + NP + PQ + MQ \Rightarrow P_{(MNPQ)} = 2 \cdot \ell + 2 \cdot L$$

Aria dreptunghiului exprima produsul dintre lungime si latime: $A_d = \ell \cdot L$.

B

Patratul este dreptunghiul cu toate laturile de lungimi egale.



Deoarece patratul este dreptunghi si

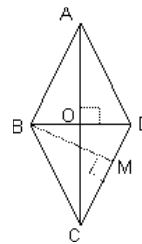
dreptunghiul este paralelogram, sunt valabile

$$\text{propozitiile: } \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \\ AB = CD = BC = AD = \ell_p \end{cases}$$

Putem enunta urmatoarea: laturile patratului sunt de lungimi egale si perpendiculare consecutiv, iar laturile opuse sunt paralele.

Perimetrul patratului exprima suma lungimilor tuturor laturilor, dar laturile fiind de lungimi egale, rezulta ca:

$$P_p = AB + BC + CD + AD \text{ sau } P_p = 4 \cdot \ell$$



Patratul fiind dreptunghi, putem exprima

aria ca produsul dintre lungime si latime, dar lungimea este egala cu inaltimea:

$$\begin{cases} A_p = AB \cdot BC \\ AB = BC = \ell \end{cases} \Rightarrow A_p = \ell \cdot \ell \Rightarrow A_p = \ell^2$$

Rombul este paralelogramul cu laturile de lungimi egale.

Formula pentru perimetrul rombului este aceeaasi ca

pentru perimetrul patratului: $P_r = 4 \cdot \ell_r$.

O formula pentru aria rombului este asemanatoare

cu aceea folosita pentru aria paralelogramului: $A_r = CD \cdot BM$,

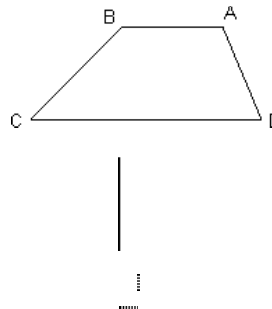
unde CD este o latura, iar BM este inaltimea.

In clasa a VII-a vom demonstra faptul ca putem folosi si

formula: $A_r = \frac{AC \cdot BD}{2}$, adica $A_r = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ (semiprodusul diagonalelor).

Trapezul este patrulaterul cu doua laturi paralele si doua neperalele.

$$\text{Din: } \begin{cases} AB \parallel CD \\ AD \nparallel CD \end{cases}$$



$\square P_{(ABCD)} = \text{trapez.}$

E

Formule: $\begin{cases} P_{\text{trap.}} = AB + BC + CD + AD \\ A_{\text{trap.}} = \frac{AB + CD}{2} \cdot BE \end{cases}$, unde

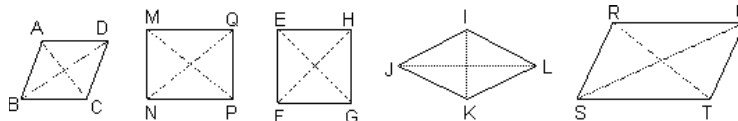
AB = baza mica, CD = baza mare, BE = inaltimea.

Varfurile opuse in patrulater au in constructie laturi diferite: A si C, B si D. Diagonala uneste doua varfuri opuse in patrulater: AC si BD.

Probleme rezolvate (26)

968. La fiecare patrulater desenat mai jos, enumerati:

a) laturile; b) varfurile; c) unghiurile; d) diagonalele.



-
-
-
-

Rezolvare:

Paralelogramul: $\left\{ \begin{array}{l} \text{laturile : AB ; BC ; CD ; AD} \\ \text{vâr furile : A ; B ; C ; D} \\ \text{unghiurile : } \angle DAB ; \angle ABC ; \angle BCD ; \angle ADC \\ \text{diagonalele : AC ; BD} \end{array} \right.$

Dreptunghiul: $\left\{ \begin{array}{l} \text{laturile : MN ; NP ; PQ ; MQ} \\ \text{vâr furile : M ; N ; P ; Q} \\ \text{unghiurile : } \angle QMN ; \angle MNP ; \angle NPQ ; \angle MQP \\ \text{diagonalele : MP ; NQ} \end{array} \right.$

Patratul: $\left\{ \begin{array}{l} \text{laturile : EF ; FG ; GH ; EH} \\ \text{vâr furile : E ; F ; G ; H} \\ \text{unghiurile : } \angle HEF ; \angle EFG ; \angle FGH ; \angle EHG \\ \text{diagonalele : EG ; FH} \end{array} \right.$

Rombul: $\left\{ \begin{array}{l} \text{laturile : IJ ; JK ; KL ; IL} \\ \text{vâr furile : I ; J ; K ; L} \\ \text{unghiurile : } \angle LIJ ; \angle IJK ; \angle JKL ; \angle KLI \\ \text{diagonalele : IK ; JL} \end{array} \right.$

Trapezul: $\left\{ \begin{array}{l} \text{laturile : RS ; ST ; TU ; RU} \\ \text{vâr furile : R ; S ; T ; U} \\ \text{unghiurile : } \angle URS ; \angle RST ; \angle STU ; \angle RUT \\ \text{diagonalele : RT ; SU} \end{array} \right.$

969. Un patrulater are lungimile laturilor de:

a) 3 cm; 5 cm; 7 cm si 4 cm. b) 26 cm; 59 cm; 42 cm; 64 cm.

c) 902 mm; 769 mm; 848 mm; 1025. d) 15 cm; 16 cm; 17 cm; 18 cm.

Calculati perimetrul patrulaterului.

Rezolvare: $P_p = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4.$

$$P_a = (3+5+7+4)\text{cm} = 19 \text{ cm}; \quad P_b = (26 + 42 + 59 + 64) \text{ cm} = 191 \text{ cm};$$

$$P_c = (902 + 769 + 848 + 1025) \text{ mm} = 3544 \text{ mm}; \quad P_d = (15 + 16 + 17 + 18) = 66 \text{ cm}.$$

970. Perimetrul unui patrulater este de 215 cm iar lungimile a trei laturi sunt: 52 cm; 64 cm si 51 cm. Calculati lungimea laturii a patra.

Rezolvare:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_1 = 52 \text{ cm}; \ell_2 = 64 \text{ cm} \\ \ell_3 = 51 \text{ cm}; P_p = 215 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Din: $P_p = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 \quad \text{D} \quad 52 + 64 + 51 + \ell_4 = 215 \quad \text{D} \quad \ell_4 = 48 \text{ cm}.$

971. Un patrulater are trei laturi de lungimi egale si a patra latura are lungimea de 79 cm. Daca perimetrul patrulaterului este de 229 cm, calculati lungimea uneia dintre cele trei laturi egale.

Rezolvare:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell_1 = \ell_2 = \ell_3 \\ \ell_4 = 79 \text{ cm} \\ P_p = 229 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Din: $P_p = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 \quad \text{D} \quad 3 \cdot \ell_1 + 79 = 229 \quad \text{D} \quad 3 \cdot \ell_1 = 150 \quad \text{D} \quad \ell_1 = 50 \text{ cm}.$

972. Un paralelogram are lungimile a doua laturi consecutive de 7 cm si 11 cm. Calculati perimetrul paralelogramului.

Rezolvare:

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = CD = 7 \text{ cm} \\ AD = BC = 11 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Din: $P_p = 2 \cdot AB + 2 \cdot BC \quad \text{D} \quad P_p = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 11 \quad \text{D} \quad P_p = 14 + 22 \quad \text{D} \quad P_p = 36 \text{ cm}.$

973. Un paralelogram are lungimea unei laturi de 8 cm si perimetrul de 34 cm. Calculati lungimea celeilalte laturi a paralelogramului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell_1 = 8 \text{ cm} \\ P_{\text{paral.}} = 2 \cdot \ell_1 + 2 \cdot \ell_2 \\ P_{\text{paral.}} = 34 \text{ cm} \end{cases}$$

Din: $2 \cdot 8 + 2 \cdot \ell_2 = 34 \Rightarrow 2 \cdot \ell_2 = 34 - 16 \Rightarrow \ell_2 = 9 \text{ cm}.$

974. Un paralelogram are lungimea unei laturi de 24 cm si inaltimea corespunzatoare ei de 18 cm. Calculati aria paralelogramului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell_1 = 24 \text{ cm} \\ h_1 = 18 \text{ cm} \\ A_{\text{paral.}} = \ell_1 \cdot h_1 \end{cases}$$

Din: $A_{\text{paral.}} = 24 \cdot 18 \Rightarrow A_{\text{paral.}} = 432 \text{ cm}^2.$

975. Un paralelogram are lungimea unei laturi de 32 cm si aria de 896 cm^2 . Calculati inaltimea corespunzatoare laturii date.

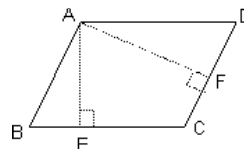
Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell_1 = 32 \text{ cm} \\ A_p = \ell_1 \cdot h_1 \\ A_p = 896 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Din: $32 \cdot h_1 = 896 \Rightarrow h_1 = 28 \text{ cm}.$

976. Intr-un paralelogram ABCD, $AE \perp BC$ si $AF \perp CD$, $BC = 18 \text{ cm}$, $CD = 24 \text{ cm}$ si $AE = 16 \text{ cm}$. Calculati lungimea segmentului AF.

Rezolvare:



$$\begin{cases} BC = 18 \text{ cm} \\ AE = 16 \text{ cm} \\ CD = 24 \text{ cm} \\ A_{\text{paral.}} = BC \cdot AE = CD \cdot AF \end{cases}$$

Din: $18 \cdot 16 = 24 \cdot AF \Rightarrow AF = 12 \text{ cm}.$

$18 \cdot 16 = 24 \cdot AF \Rightarrow AF = 12 \text{ cm}.$

977. Aria paralelogramului din figura alaturata este de 143 cm^2 . Calculati perimetrul paralelogramului stiind ca lungimile segmentelor AE, AF, BC si CD sunt exprimate prin numere naturale.

Rezolvare:

$$\begin{cases} V_1: \begin{cases} BC = 11; CD = 13 \\ AE = 13; AF = 11 \end{cases} \\ V_2: \begin{cases} BC = 13; CD = 11 \\ AE = 11; AF = 13 \end{cases} \end{cases}$$

Din: $BC \cdot AE = CD \cdot AF = 143 = 11 \cdot 13 \Rightarrow \begin{cases} \ell_1 = 11 \text{ cm} \\ \ell_2 = 13 \text{ cm} \end{cases}$

Din: $P_p = 2 \cdot \ell_1 + 2 \cdot \ell_2$
 $\ell_1 = 11; \ell_2 = 13 \Rightarrow P_p = 2 \cdot 11 + 2 \cdot 13 \Rightarrow P_p = 22 + 26 \Rightarrow P_p = 48 \text{ cm}.$

978. Un dreptunghi are: a) $\ell = 5 \text{ m}$; $L = 8 \text{ m}$; b) $\ell = 26 \text{ dm}$; $L = 38 \text{ dm}$; c) $\ell = 196 \text{ m}$; $L = 287 \text{ m}$. Calculati perimetrul si aria dreptunghiului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell = 5 \text{ m} \\ L = 8 \text{ m} \\ P_d = 2 \cdot \ell + 2 \cdot L \\ A_d = L \cdot \ell \end{cases}$$

a) Din: $\begin{cases} P_d = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 \\ A_d = 8 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_d = 26 \text{ m} \\ A_d = 40 \text{ m}^2 \end{cases}$

$$\text{b) Din: } \begin{cases} \ell = 26 \text{ m} \\ L = 38 \text{ m} \\ P_d = 2 \cdot \ell + 2 \cdot L \\ A_d = L \cdot \ell \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} P_d = 2 \cdot 26 + 2 \cdot 38 \\ A_d = 26 \cdot 38 \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} P_d = 128 \text{ m} \\ A_d = 988 \text{ m}^2 \end{cases}$$

$$\text{c) Din: } \begin{cases} \ell = 196 \text{ m} \\ L = 287 \text{ m} \\ P_d = 2 \cdot \ell + 2 \cdot L \\ A_d = L \cdot \ell \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} P_d = 2 \cdot 196 + 2 \cdot 287 \\ A_d = 196 \cdot 287 \end{cases} \quad \text{D } \begin{cases} P_d = 966 \text{ m} \\ A_d = 56252 \text{ m}^2 \end{cases}$$

979. Un dreptunghi are: **a)** $\ell = 14 \text{ m}$; $P = 64 \text{ m}$; **b)** $\ell = 126 \text{ cm}$;

$P_d = 1022 \text{ cm}$; **c)** $\ell = 3847 \text{ mm}$; $P = 17650 \text{ mm}$.

Aflati lungimea si calculati aria dreptunghiului.

Rezolvare:

$$\text{a) Din: } \begin{cases} \ell = 14 \text{ m} \\ P_d = 2 \cdot \ell + 2 \cdot L \\ P_d = 64 \text{ m} \end{cases} \quad \text{D } 64 = 2 \cdot 14 + 2 \cdot L \quad \text{D } 2 \cdot L = 64 - 28 \quad \text{D } L = 18 \text{ cm} .$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 14 \text{ cm} \\ L = 18 \text{ cm} \\ A_d = \ell \cdot L \end{cases} \quad \text{D } A_d = 14 \cdot 18 \quad \text{D } A_d = 252 \text{ cm}^2 .$$

$$\text{b) Din: } \begin{cases} \ell = 126 \text{ m} \\ P_d = 2 \cdot \ell + 2 \cdot L \\ P_d = 1022 \text{ m} \end{cases} \quad \text{D } 1022 = 2 \cdot 126 + 2 \cdot L \quad \text{D } 2 \cdot L = 1022 - 252 \quad \text{D}$$

$$\text{D } 2 \cdot L = 770 \text{ cm} \quad \text{D } L = 770 : 2 \quad \text{D } L = 385 \text{ cm} .$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 126 \text{ m} \\ L = 385 \text{ m} \\ A_d = \ell \cdot L \end{cases} \quad \text{D } A_d = 126 \cdot 385 \quad \text{D } A_d = 48510 \text{ m}^2 .$$

$$\text{c) Din: } \begin{cases} \ell = 3847 \text{ m} \\ P_d = 2 \cdot \ell + 2 \cdot L \\ P_d = 17650 \text{ m} \end{cases} \quad \text{D } 17650 = 2 \cdot 3847 + 2 \cdot L \quad \text{D } 2 \cdot L = 17650 - 7694 \quad \text{D}$$

$$\text{D } 2 \cdot L = 9956 \quad \text{D } L = 4978 \text{ cm} .$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 3847 \text{ m} \\ L = 4978 \text{ m} \\ A_d = \ell \cdot L \end{cases} \quad \text{D } A_d = 3847 \cdot 4978 \quad \text{D } A_d = 19150366 \text{ m}^2 .$$

980. Un dreptunghi are: **a)** $\ell = 48 \text{ m}$; $A_d = 3312 \text{ m}^2$; **b)** $L = 479 \text{ cm}$;

$A_d = 157112 \text{ cm}^2$; **c)** $L = 4976 \text{ mm}$; $A_d = 1423136 \text{ mm}^2$.

Aflati latimea si calculati perimetrul dreptunghiului.

Rezolvare:

$$\text{a) Din: } \begin{cases} \ell = 48 \text{ m} \\ A_d = \ell \cdot L \\ A_d = 3312 \text{ m}^2 \end{cases} \quad \text{D } 3312 = 48 \cdot L \quad \text{D } L = 3312 : 48 \quad \text{D } L = 69 \text{ m} .$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 48 \text{ m} \\ L = 69 \text{ m} \\ P_d = 2 \cdot L + 2 \cdot \ell \end{cases} \quad \text{D } P_d = 2 \cdot 69 + 2 \cdot 48 \quad \text{D } P_d = 138 + 96 \quad \text{D } P_d = 234 \text{ m} .$$

$$\text{b) Din: } \begin{cases} L = 479 \text{ dm} \\ A_d = \ell \cdot L \\ A_d = 157112 \text{ m}^2 \end{cases} \quad \text{D } 157112 = 479 \cdot L \quad \text{D } L = 157112 : 479 \quad \text{D } \ell = 328 \text{ dm} .$$

$$\begin{cases} \ell = 328 \text{ m} \\ L = 479 \text{ m} \end{cases}$$

Din: $P_d = 2 \cdot L + 2 \cdot \ell \Rightarrow P_d = 2 \cdot 479 + 2 \cdot 328 \Rightarrow P_d = 958 + 656 \Rightarrow P_d = 1614 \text{ m}.$

$$\begin{cases} L = 4976 \text{ m} \\ A_d = \ell \cdot L \end{cases}$$

c) Din: $A_d = 1423136 \text{ m}^2 \Rightarrow 1423136 = 4976 \cdot \ell \Rightarrow \ell = 1423136 : 4976 \Rightarrow$
 $\ell = 286 \text{ m}.$

$$\begin{cases} \ell = 286 \text{ m} \\ L = 4976 \text{ m} \end{cases}$$

Din: $P_d = 2 \cdot L + 2 \cdot \ell \Rightarrow P_d = 2 \cdot 286 + 2 \cdot 4976 \Rightarrow P_d = 572 + 9952 \Rightarrow$
 $P_d = 10524 \text{ m}.$

981. Un patrat are latura de: **a)** 5 cm; **b)** 268 mm. Calculati perimetrul si aria patratului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell = 5 \text{ m} \\ P_p = 4 \cdot \ell \\ A_p = \ell^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_p = 4 \cdot 5 \\ A_p = 5^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_p = 20 \text{ m} \\ A_p = 25 \text{ m}^2 \end{cases}.$$

a) Din:

$$\begin{cases} \ell = 268 \text{ mm} \\ P_p = 4 \cdot \ell \\ A_p = \ell^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_p = 4 \cdot 268 \\ A_p = 268^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_p = 1072 \text{ mm} \\ A_p = 71824 \text{ mm}^2 \end{cases}.$$

b) Din:

982. Un patrat are perimetrul de: **a)** 84 cm; **b)** 2564 mm. Calculati aria patratului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} P_p = 84 \text{ cm} \\ P_p = 4 \cdot \ell \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot \ell = 84 \Rightarrow \ell = 84 : 4 \Rightarrow \ell = 21 \text{ cm};$$

a) Din:

$$\begin{cases} \ell = 21 \text{ cm} \\ A_p = \ell^2 \end{cases} \Rightarrow A_p = 21^2 \Rightarrow A_p = 441 \text{ cm}^2.$$

Din:

$$\begin{cases} P_p = 2564 \text{ mm} \\ P_p = 4 \cdot \ell \end{cases} \Rightarrow 4 \cdot \ell = 2564 \Rightarrow \ell = 2564 : 4 \Rightarrow \ell = 641 \text{ mm};$$

b) Din:

$$\begin{cases} \ell = 641 \text{ mm} \\ A_p = \ell^2 \end{cases} \Rightarrow A_p = 641^2 \Rightarrow A_p = 410881 \text{ mm}^2.$$

Din:

983. Un patrat are aria de: **a)** 81 m²; **b)** 1296 cm². Calculati perimetrul patratului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} A_p = 81 \text{ cm}^2 \\ A_p = \ell^2 \end{cases} \Rightarrow \ell^2 = 81 \Rightarrow \ell^2 = 9 \cdot 9 \Rightarrow \ell = 9 \text{ m};$$

a) Din:

$$\begin{cases} \ell = 9 \text{ cm} \\ P_p = 4 \cdot \ell \end{cases} \Rightarrow P_p = 4 \cdot 9 \Rightarrow P_p = 36 \text{ cm}.$$

Din:

$$\begin{cases} A_p = 1296 \text{ cm}^2 \\ A_p = \ell^2 \end{cases} \Rightarrow \ell^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \Rightarrow \ell = 2^2 \cdot 3^2 \Rightarrow \ell = 36 \text{ cm}.$$

b) Din:

984. Un romb are latura de 7 cm. Calculati perimetrul rombului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell_r = 7 \text{ cm} \\ P_r = 4 \cdot \ell_r \end{cases} \Rightarrow P_r = 4 \cdot 7 \Rightarrow P_r = 28 \text{ cm}^2.$$

Din:

985. Un romb are latura de 12 cm si inaltimea corespunzatoare de 10 cm. Calculati perimetrul si aria rombului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell_1 = 12 \text{ cm} \\ h_1 = 10 \text{ cm} \\ A_r = h_1 \cdot \ell_1 \\ P_r = 4 \cdot \ell_1 \end{cases} \quad \begin{cases} A_r = 10 \cdot 12 \\ P_r = 4 \cdot 12 \end{cases} \quad \begin{cases} A_r = 120 \text{ cm}^2 \\ P_r = 48 \text{ cm} \end{cases}$$

986. Un romb diagonalele de 30 cm si 40 cm, iar inaltimea corespunzatoare unei laturi de 24 cm. Calculati aria si perimetrul rombului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} d_1 = 30 \text{ cm} \\ d_2 = 40 \text{ cm} \\ h_1 = 24 \text{ cm} \\ \frac{d_1 \cdot d_2}{2} = \ell_1 \cdot h_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{30 \cdot 40}{2} = 24 \cdot \ell_1 \\ 24 \cdot \ell_1 = 600 \Rightarrow \ell_1 = 25 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_1 = 30 \text{ cm} \\ A_r = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \\ d_2 = 40 \text{ cm} \end{cases} \quad \begin{cases} A_r = \frac{30 \cdot 40}{2} \\ A_r = 600 \text{ cm}^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \ell_r = 25 \text{ cm} \\ P_r = 4 \cdot \ell_r \\ P_r = 100 \text{ cm} \end{cases}$$

987. Un trapez isoscel are lungimile bazelor de 15 cm si 27 cm lungimea laturii neperalele este de 20 cm. Calculati perimetrul trapezului.

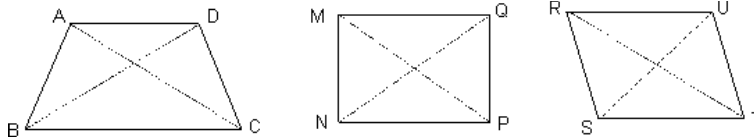
Rezolvare:

$$\begin{cases} B = 27 \text{ cm} \\ b = 15 \text{ cm} \\ \ell_n = 20 \text{ cm} \\ P_{\text{trap.}} = B + b + 2 \cdot \ell_n \end{cases} \quad \begin{cases} P_{\text{trap.}} = 27 + 15 + 2 \cdot 20 \\ P_n = 82 \text{ cm} \end{cases}$$

Probleme propuse (26)

988. La fiecare patrulater desenat mai jos, enumerati:

a) laturile; b) varfurile; c) unghiurile; d) diagonalele.



989. Un patrulater are lungimile laturilor de:

a) 4 cm; 6 cm; 9 cm si 12 cm. b) 42 cm; 68 cm; 66 cm; 85 cm.

c) 897 mm; 678 mm; 965 mm; 728 mm. d) 24 cm; 18 cm; 22 cm; 24 cm.

Calculati perimetrul patrulaterului.

990. Perimetrul unui patrulater este de 203 cm iar lungimile a trei laturi sunt: 47 cm; 50 cm si 61 cm. Calculati lungimea laturii a patra.

991. Un patrulater are trei laturi de lungimi egale si a patra latura are lungimea de 127 cm. Daca perimetrul patrulaterului este de 523 cm, calculati lungimea uneia dintre cele trei laturi egale.

992. Un paralelogram are lungimile a doua laturi consecutive de 9 cm si 16 cm. Calculati perimetrul paralelogramului.

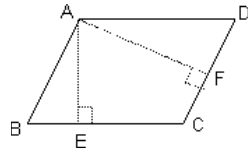
993. Un paralelogram are lungimea unei laturi de 15 cm si perimetrul de 70 cm. Calculati lungimile celeilalte laturi a paralelogramului.

994. Un paralelogram are lungimea unei laturi de 38 cm si inaltimea corespunzatoare ei de 30 cm. Calculati aria paralelogramului.

995. Un paralelogram are lungimea unei laturi de 76 cm si aria de 3952 cm^2 . Calculati inaltimea corespunzatoare laturii date.

996. Intr-un paralelogram ABCD, $AE \perp BC$ si $AF \perp CD$, $BC = 42 \text{ cm}$, $CD = 36 \text{ cm}$ si $AE = 24 \text{ cm}$. Calculati

lungimea segmentului AF.



997. Aria paralelogramului din figura

alaturata este de 221 cm^2 . Calculati perimetrul paralelogramului stiind ca lungimile segmentelor AE, AF, BC si CD sunt exprimate prin numere naturale.

998. Un dreptunghi are: a) $\ell = 7 \text{ m}$; $L = 15 \text{ m}$; b) $\ell = 86 \text{ dm}$; $L = 97 \text{ dm}$;

c) $\ell = 249 \text{ m}$; $L = 578 \text{ m}$. Calculati perimetrul si aria dreptunghiului.

999. Un dreptunghi are: a) $\ell = 53 \text{ m}$; $P = 262 \text{ m}$; b) $\ell = 352 \text{ cm}$;

$P_d = 1662 \text{ cm}$; c) $\ell = 4579 \text{ mm}$; $P = 21928 \text{ mm}$.

Aflati lungimea si calculati aria dreptunghiului.

1000. Un dreptunghi are: a) $\ell = 52 \text{ m}$; $A_d = 3328 \text{ m}^2$; b) $L = 748 \text{ cm}$;

$A_d = 442816 \text{ cm}^2$; c) $L = 8432 \text{ mm}$; $A_d = 33281104 \text{ mm}^2$.

Aflati a doua dimensiune si calculati perimetrul dreptunghiului.

1001. Un patrat are latura de: a) 9 cm ; b) 578 mm . Calculati perimetrul si aria patratului.

1002. Un patrat are perimetrul de: a) 388 cm ; b) 14388 mm . Calculati aria patratului.

1003. Un patrat are aria de: a) 1024 m^2 ; b) 5184 cm^2 . Calculati perimetrul patratului.

1004. Un romb are latura de 21 cm . Calculati perimetrul rombului.

1005. Un romb are latura de 16 cm si inaltimea corespunzatoare de 14 cm . Calculati perimetrul si aria rombului.

1006. Un romb are diagonalele de 90 cm si 120 cm , iar inaltimea corespunzatoare unei laturi de 72 cm . Calculati aria si perimetrul rombului.

1007. Un trapez isoscel are lungimile bazelor de 16 cm si 42 cm , iar lungimea laturii neparalele este de 37 cm . Calculati perimetrul trapezului.

1008. Un trapez isoscel are lungimile bazelor de 34 cm si 53 cm , iar perimetrul de 167 cm . Calculati lungimea unei laturi neparalele.

1009. Un trapez isoscel are latura neparalela, baza mica si baza mare exprimate prin numere pare consecutive. Perimetrul trapezului este de 126 cm . Aflati lungimile laturilor trapezului.

1010. Pe laturile unui dreptunghi cu dimensiunile de 6 cm si 8 cm construim in exterior cate un patrat. Calculati perimetrul si aria noului contur.

1011. Calculati aria unui patrat ce are perimetrul egal cu perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 48 cm .

1012. Stim ca doua poligoane sunt echivalente daca au ariile egale.

Un dreptunghi are lungimea de 98 cm si este echivalent cu un patrat cu latura de 56 cm . Calculati perimetrul dreptunghiului.

1013. Doua dreptunghiuri sunt echivalente si au latimile egale. Ce puteti spune despre lungimile lor ?

1014. Un paralelogram are lungimea unei laturi egala cu lungimea inaltimei corespunzatoare ei. Aratati ca paralelogramul este echivalent cu un patrat ce are latura de lungime cat inaltimea paralelogramului.

1015. Aratati ca un trapez isoscel este echivalent cu un dreptunghi ce are lungimea cat media lungimilor bazelor trapezului si inaltimea egala cu inaltimea trapezului.

Raspunsuri la probleme propuse (26)

988. Trapezul: $\left\{ \begin{array}{l} \text{laturile : } AB ; BC ; CD ; AD \\ \text{vârfurile : } A ; B ; C ; D \\ \text{unghiurile : } \angle DAB ; \angle ABC ; \angle BCD ; \angle ADC \\ \text{diagonalele : } AC ; BD \end{array} \right.$

Dreptunghiul: $\begin{cases} \text{laturile : MN ; NP ; PQ ; MQ} \\ \text{v\u00e2rfurile : M ; N ; P ; Q} \\ \text{unghiurile : } \angle \text{QMN ; } \angle \text{MNP ; } \angle \text{NPQ ; } \angle \text{MQP} \\ \text{diagonalele : MP ; NQ} \end{cases}$

Paralelogramul: $\begin{cases} \text{laturile : RS ; ST ; TU ; RU} \\ \text{v\u00e2rfurile : R ; S ; T ; U} \\ \text{unghiurile : } \angle \text{URS ; } \angle \text{RST ; } \angle \text{STU ; } \angle \text{RUT} \\ \text{diagonalele : RT ; SU} \end{cases}$

989. $P_a = 31 \text{ cm}$; $P_b = 261 \text{ cm}$; $P_c = 3268 \text{ mm}$; $P_d = 88 \text{ cm}$. 990. $\ell_4 = 45 \text{ cm}$.

991. $\ell_1 = 132 \text{ cm}$. 992. $P_p = 50 \text{ cm}$. 993. $\ell_2 = 20 \text{ cm}$. 994. $A_{\text{paral.}} =$

$= 1140 \text{ cm}^2$. 995. $h_1 = 52 \text{ cm}$. 996. $AF = 28 \text{ cm}$. 997. $P_p = 60 \text{ cm}$.

998. a) $\begin{cases} P_d = 44 \text{ m} \\ A_d = 105 \text{ m}^2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} P_d = 366 \text{ m} \\ A_d = 8342 \text{ m}^2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} P_d = 1654 \text{ m} \\ A_d = 143922 \text{ m}^2 \end{cases}$.

999. a) $L = 78 \text{ cm}$; $A_d = 4134 \text{ cm}^2$. b) $L = 479 \text{ cm}$; $A_d = 168608 \text{ m}^2$.

c) $L = 6385 \text{ cm}$; $A_d = 29236915 \text{ m}^2$.

1000. a) $L = 64 \text{ m}$; $P_d = 232 \text{ m}$; b) $\ell = 592 \text{ dm}$; $P_d = 2680 \text{ m}$;

c) $\ell = 3947 \text{ m}$; $P_d = 24758 \text{ m}$. 1001. a) $P_p = 36 \text{ m}$; $A_p = 81 \text{ m}^2$;

b) $P_p = 2312 \text{ mm}$; $A_p = 334084 \text{ mm}^2$. 1002. a) $\ell = 97 \text{ cm}$; $A_p = 9409 \text{ cm}^2$; b) $\ell = 3597 \text{ mm}$; $A_p = 12938409 \text{ mm}^2$. 1003. a) $\ell = 32 \text{ m}$; $P_p = 128 \text{ cm}$;

b) $\ell = 72 \text{ cm}$; $P_p = 288 \text{ cm}$. 1004. $P_r = 84 \text{ cm}$. 1005. $A_r = 224 \text{ cm}^2$; $P_r = 64 \text{ cm}$. 1006. $\ell_1 = 75 \text{ cm}$; $P_r = 300 \text{ cm}$; $A_r = 5400 \text{ cm}^2$. 1007. $P = 132 \text{ cm}$.

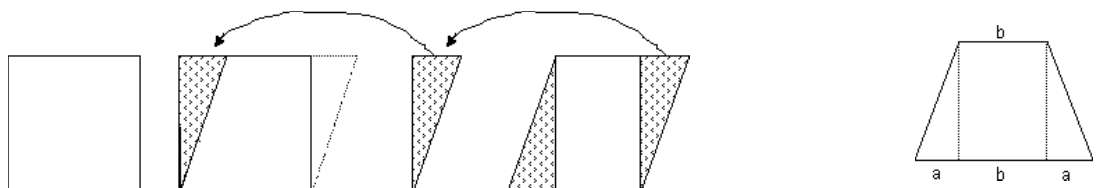
1008. $\ell_n = 40 \text{ cm}$. 1009. $\ell_n = 30 \text{ cm}$, $b = 32 \text{ cm}$, $B = 34 \text{ cm}$.

1010. $P_{n.c.} = 84 \text{ cm}$; $A_{n.c.} = 248 \text{ cm}^2$. 1011. $P_a = P_p = 144 \text{ cm}$; $\ell_p = 36 \text{ cm}$;

$A_p = 1296 \text{ cm}^2$. 1012. $P_d = 260 \text{ cm}$. 1013. Daca dreptunghiurile sunt echivalente, atunci ariile lor sunt egale, inasa avand si latimile egale, rezulta ca si lungimile lor sunt egale.

1014. Doua patrulatere sunt echivalente daca au ariile egale. $A_r = b \cdot h$, dar $b = h$, deci $A_r = h \cdot h = h^2$; $A_p = h^2$.

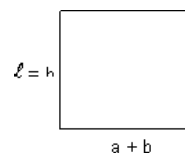
Desenele urmatoare sugereaza aceasta echivalenta.



1015. Notam: lungimea dreptunghiului = L ;

$\ell =$ latimea dreptunghiului = $h =$ inaltimea trapezului.

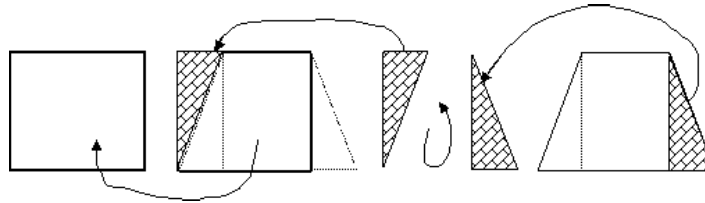
$$\text{Din: } L = \frac{b+a+b+a}{2} = \frac{2 \cdot a + 2 \cdot b}{2} = \frac{2 \cdot (a+b)}{2} \Rightarrow L = a+b;$$



Dar:

$$\begin{cases} h = \ell \\ L = a+b \\ A_{\text{trap}} = \frac{h \cdot (a+b+a+b)}{2} = \frac{h \cdot 2 \cdot (a+b)}{2} = h \cdot (a+b) \\ A_d = (a+b) \cdot \ell \end{cases} \quad \text{D}$$

$$\begin{cases} h = \ell \\ A_{\text{trap.}} = h \cdot (a+b) = \ell \cdot (a+b) = A_d \end{cases} \Rightarrow A_{\text{trap.}} = A_d.$$



Desenele urmatoare sugereaza

aceasta echivalenta.

Corpuri geometrice (29)

Printre corpurile din natura intalnim si corpuri ce se apropie,ca imagine,de notiunea de corp geometric. Deci un corp geometric are unele proprietati speciale; in primul rand,un corp geometric este marginit de suprafete geometrice (plane,cilindrice,sferice)

Un corp are trei dimensiuni.

Un corp geometric marginit numai de suprafete plane se numeste poliedru.

Din multimea poliedrelor fac parte si prisme si piramidele.

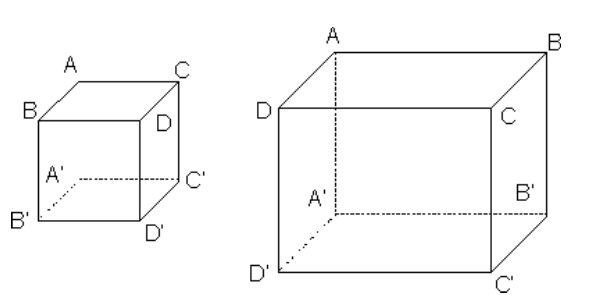
Bazele unei prisme sunt poligoane, iar fetele laterale sunt paralelograme.

Bazele unei piramide sunt poligoane, iar fetele laterale sunt triunghiuri.

Cubul este poliedrul ce are sase fete care sunt patrate identice.

Tetraedrul este poliedrul ce are patru fete care sunt triunghiuri identice.

Paralelipipedul dreptunghic este poliedrul ce are sase fete care sunt dreptunghiuri (sau patrate) doua cate doua egale.



Cubul

Laturile ce marginesc patratele care,la randul lor,marginesc un cub se numesc muchii. Un cub are 12 muchii.

Putem scrie: $[AB] \equiv [BC] \equiv [CD] \equiv [AD] \equiv [AA'] \equiv [BB'] \equiv [CC'] \equiv [DD'] \equiv [B'C] \equiv [C'D] \equiv [A'D]$.

Suma ariilor celor sase patrate formeaza aria cubului. Daca notam cu ℓ latura cubului,atunci: $A_{tc} = 6 \ell^2$.

Volumul cubului se calculeaza cu formula: $V_c = \ell^3$.

Paralelipipedul dreptunghic

Si paralelipipedul dreptunghic are 12 muchii:patru cate patru segmente congruente.

Daca notam cu L , ℓ si h dimensiunile paralelipipedului dreptunghic,in plus, stiind ca fetele opuse au arii egale,obtinem urmatoarea formula pentru aria totala a paralelipipedului dreptunghic: $A_{pd} = 2 L h + 2 \ell^2 h + 2 L \ell^2$.

Volumul paralelipipedului dreptunghic se calculeaza cu formula: $V_{pd} = L \ell^2 h$.

Observatii:

¹ Notiunile: punct,dreapta,plan,figura geometrica si corp geometric sunt notiuni ideale. Reprezentarea lor este aproximativa (grosiera).Pentru totdeauna domeniul geometriei va ramane un domeniu ideal.

Pentru usurinta comunicarii acceptam sa numim,de exemplu, corp geometric un corp confectionat de om care se apropie prin forma si proprietati de corpul geometric ideal.

² Un matematician francez, Henri Poincare 1854 - 1912, a sintetizat astfel: " Geometria este arta de a rationa corect pe figuri incorecte"

³ Studiul corpurilor geometrice se completeaza in anii de studiu ce urmeaza. In acest an de studiu ne familiarizam cu cele mai simple notiuni de " geometrie in spatiu" ; vom rezolva cele mai simple probleme.

⁴ Pentru a desena un corp (are trei dimensiuni) pe un suport plan

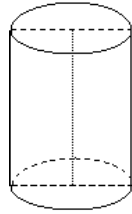
(hartie,plansa,tabla;un astfel de suport are doua dimensiuni) este necesar sa folosim procedee din domeniul picturii: dupa cum un peisaj asezat intr-un tablou trebuie realizat astfel incat sa dea impresia de "spatiu",asemanator se intampla cu reprezentarea unui corp geometric: o astfel de imagine trebuie sa creeze iluzia ca are trei dimensiuni; pentru aceasta acceptam unele compromisuri.

⁵ Un astfel de compromis (poate cel mai important) este ca unghiul drept, desenat pentru o figura geometrica plana are in idee dar si masurat 90^0 , pentru desenul ce reprezinta un corp geometric are numai in idee 90^0 si masurat este ori ascutit, ori obtuz (pentru judecati si pentru calcule consideram,bineinteles, ca are 90^0).

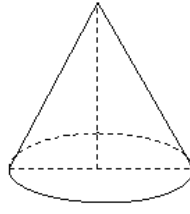
⁶ Priviti corpurile de la problema 970: unghiurile din diferitele fete (in idee) toate sunt drepte; in desen ,prin masurare , nu au toate 90^0 .

7⁰ Cubul si paralelipedul dreptunghic sunt poliedre - corpuri geometrice marginite numai de suprafete plane.

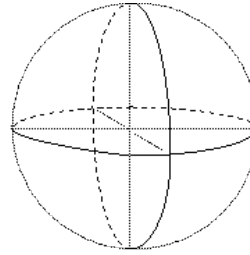
Exista si corpuri geometrice marginite de suprafete: cilindrice, conice, sferice, e.t.c., sau in combinatie, de exemplu si plane si cilindrice.



CILINDRU



CON



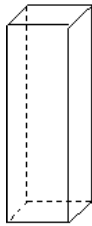
SFERA

de corpuri:

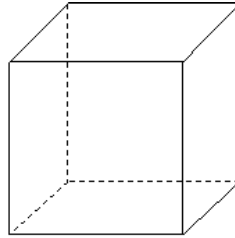
8⁰ Desenele realizate mai jos reprezinta astfel

Probleme rezolvate (29)

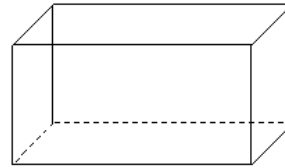
1016. Desenati si voi urmatoarele corpuri geometrice si denumiti-le:



a)



b)



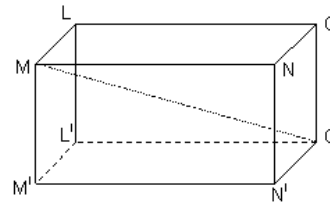
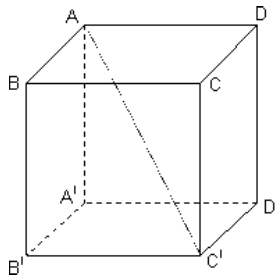
c)

Rezolvare:

a) corpul este un paralelipiped dreptunghic cu inaltimea mai mare decat dimensiunile bazelor; b) corpul este un cub; c) corpul este un paralelipiped dreptunghic cu lungimea mai mare decat inaltimea.

1017) Pentru corpurile desenate mai jos enumerati: a) varfurile;

b) fetele; c) muchiile; d) diagonalele.



Rezolvare:

a) varfurile: A, B, C, D, A', B', C', D' si: L, M, N, Q, L', M', N', Q';

b) fetele: (ABCD), (A'B'C'D'); (ABB'A'), (CDD'C'); (ADD'A'), (BCC'B');

si: (LMNQ), (L'M'N'Q'); (LMM'L'), (MNN'M'); (NQQ'N'), (LQQ'L');

c) muchiile: AB, BC, CD, AD, AA', BB', CC', DD', A'B', B'C', C'D', A'b';

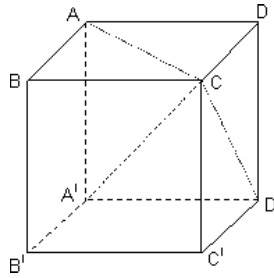
si: LM, MN, NQ, LQ, LL', MM', NN', QQ', LL', L'M', M'N', N'Q', L'Q';

d) diagonalele: AC', BD', CA', DB' si: LN', MQ', NL', QM'.

1018. Pentru cubul din desenul alaturat enumerati:

a) varfurile, fetele, muchiile, diagonalele;

b) muchiile ce contin punctul C'; muchiile ce contin punctul D';



c) fetele cubului ce contin punctul B;

fetele cubului ce contin muchia CD;

- d) dreptele ce trec prin varful C si printr-un alt varf al cubului;
- e) fetele opuse in cub;
- f) muchiile opuse in cub.

Rezolvare:

a) - varfurile: A, B, C, D, A', B', C', D';

fetele: (ABCD), (A'B'C'D');

- diagonalele: AC', BD'; CA', DB';

- muchiile: AB, BC, CD, AD, A'B', B'C', C'D', A'D', AA', BB', CC', DD';

b) - muchiile ce contin punctul C': CC', B'C', C'D';

- muchiile ce contin punctul D': DD', D'C', A'D';

c) fetele cubului ce contin punctul B : (ABB'A'); (BB'C'C); (ABCD).

fetele cubului ce contin muchia CD: (ABCD), (CC'D'D);

d) dreptele ce trec prin varful C si printr-un alt varf al cubului: AC, CD, CB, CA', CD', CB', CC'.

e) fetele opuse in cub:

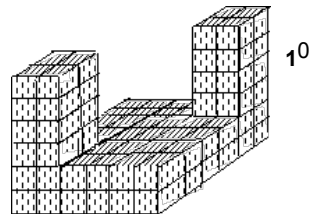
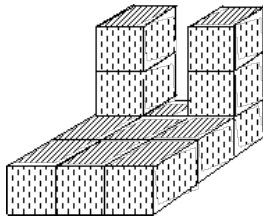
(ABCD) si (A'B'C'D'); (ABB'A') si (CC'D'D); (BB'C'C) si (AA'D'D).

f) muchiile opuse in cub : AB si C'D'; BC si A'D'; CD si A'B'; AD si B'C'.

1019. Pentru fiecare corp desenat mai jos, scrieti numarul de: a) cuburi;

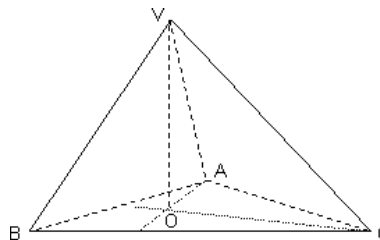
b) numarul de patrate care compun fetele fiecarui corp.

2⁰



Rezolvare:

2⁰ a) 104 cuburi; b) 184 patrate.



1⁰ a) 13 cuburi; b) 46 patrate.

1020. Desenati si voi tetraedrul din figura alaturata si numiti varfurile, muchiile, fetele.

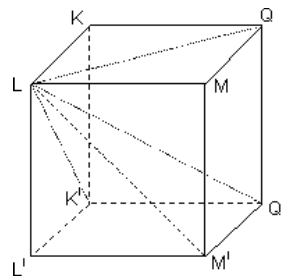
Rezolvare:

- varfurile: V, A, B, C.

- muchiile: VA,VB,VC,AB,AC,BC.

- fetele: (ABC), (VAB), (VBC), (VAC).

Probleme propuse (29)

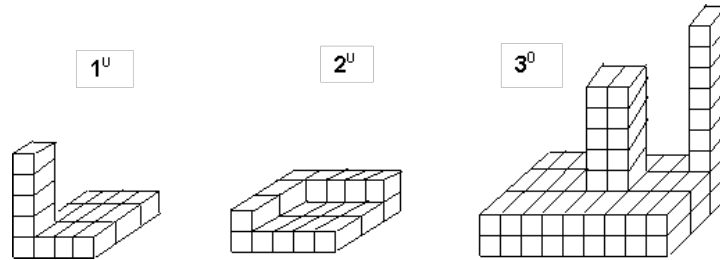


1021. Pentru cubul din desenul alaturat enumerati:

- a) varfurile , fetele, muchiile, diagonalele;
- b) muchiile ce contin punctul K^1 ;
muchiile ce contin punctul Q;
- c) fetele cubului ce contin punctul M;
fetele cubului ce contin muchia QQ^1 ;
- d) dreptele ce trec prin varful L
si printr-un alt varf al cubului;
- e) fetele opuse in cub;
- f) muchiile opuse in cub.

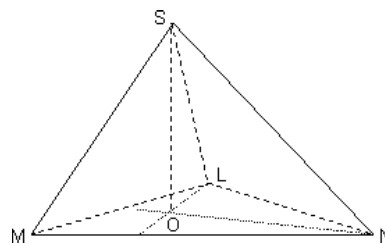
1022. Fiecare corp desenat mai jos se compune din paralelipipe dreptunghice identice;care este numarul:

- a) de paralelipipe ce compun fiecare corp;
- b) de dreptunghiuri care compun fetele fiecarui corp;



corp sa devina un paraleliped mare.

c) minim de paralelipipe mici necesar pentru ca fiecare

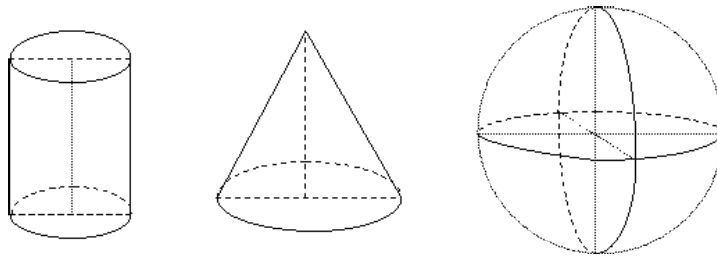


1023. Pentru tetraedrul din figura alaturata enumerati:

- a) varfurile , fetele, muchiile;
- b) muchiile ce contin punctul N;
muchii ce contin punctul S;
- c) fetele cubului ce contin punctul L;
fetele cubului ce contin muchia SM;
- d) muchiile opuse in tetraedru;
- e) dreptele ce trec prin punctul O si printr-un varf al tetraedrului.

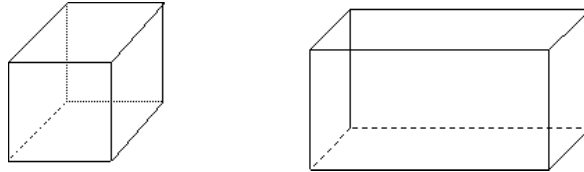
1024. Pentru piramida patrulatera VABCD enumerati:

- a) varfurile, fetele, muchiile; b) muchiile ce contin punctul B;
- c) fetele laterale, stiind ca V nu este varf al bazei piramidei;
- d) muchiile opuse in piramida.



1025. Pe caietele voastre

realizati desenele de mai jos si numiti corpurile respective.



Raspunsuri la probleme propuse (29)

1021. a) - varfurile: $K, L, M, Q, K', L', M', Q'$; fetele: $(KLMQ), (K'L'M'Q')$;

- diagonalele: $KM', LQ'; MK', QL'$.

- muchiile: $KL, LM, MQ, QK, K'L', L'M', M'Q', Q'k', k'k', LL', MM', QQ'$;

b) - muchiile ce contin punctul K' : $K'k', K'Q', K'L'$;

- muchiile ce contin punctul Q : QK, QM, QQ' ;

c) fetele cubului ce contin punctul M : $(MQQ'M')$; $(LL'M'M)$; $(LMQK)$.

fetele cubului ce contin muchia QQ' : $(QQ'k'k')$; $(MM'Q'Q)$;

d) drepte ce trec prin varful L si printr-un alt varf al cubului: $LK, LM, LQ, LL', LQ', LK', LM'$. e) fetele opuse in cub:

$(LMQK)$ si $(L'M'Q'k')$; $(KLL'k')$ si $(QM'M'Q')$; $(Kk'Q'Q)$ si $(LL'M'M)$.

f) muchiile opuse in cub : KL si $Q'M'$; KQ si $L'M'$; LM si $K'Q'$; MQ si $L'k'$.

1022. 1^0 a) 16 paralelipede; b) 54 dreptunghiuri. 2^0 a) 22 paralelipede;

b) 62 dreptunghiuri; 3^0 a) 71 dreptunghiuri; b) 160 dreptunghiuri.

1023. a) - varfurile: S, L, M, N ; - fetele: LMN, SLM, SMN, SLN .

- muchiile: SL, SM, SN, LM, MN, LN . b) - NS, NL, NM si SL, SM, SN .

c) SLM, SMN, SLN . d) $SL \xleftrightarrow{op} MN, SM \xleftrightarrow{op} LN, SN \xleftrightarrow{op} LM$.

1024. a) - varfurile: V, A, B, C, D ; - fetele: $VAB, VBC, VCD, VAD, ABCD$.

- muchiile: $VA, VB, VC, VD, AB, BC, CD, AD$. b) - AB, BC, BV . c) VAB, VBC, VCD, VAD . d) $VA \xleftrightarrow{op} VC, VB \xleftrightarrow{op} VD, AB \xleftrightarrow{op} CD$;

$AD \xleftrightarrow{op} BC$. 1025. cilindru, con, sfera, cub, paraleliped dreptunghic.

Cubul (30)

Definitii si notatii

Cubul este o prisma dreapta cu toate muchiile egale: $AB = BC = CD =$

$= AD = A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = A_1D_1 = AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = \ell_c$.

Cubul este paralelipedul dreptunghic ce are: $L = \ell = h = \ell_c$.

Cubul este un corp perfect.

Fetele cubului sunt sase patrate congruente.

Este posibil sa desenam pe fetele cubului 12 diagonale ale fetelor.

Nu trebuie sa confundam o diagonala a unei fete cu o diagonala a cubului.

Diagonala bazei : $AC = AB \cdot \sqrt{2}$. Notam: $\begin{cases} AB = \ell_c \\ AC = d_b \end{cases} \Rightarrow d_b = \ell \cdot \sqrt{2}$.

Diagonala cubului: $A_1C = d_c = \ell_c \cdot \sqrt{3}$.

Elemente in cub

- varfurile: $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$;

- muchiile bazelor : $AB, BC, CD, AD, A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, A_1D_1$.

- muchiile laterale : AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 ;
- diagonalele bazelor : AC, BD, A_1C_1, B_1D_1 ;
- diagonalele cubului : A_1C, B_1D, C_1A, D_1B ;
- cele patru diagonale sunt concurente in acelasi punct numit centrul cubului ;
- bazele acestui cub : $(ABCD)$ si $(A_1B_1C_1D_1)$; - fetele laterale : $(AA_1BB_1), (BB_1CC_1), (CC_1DD_1), (DD_1AA_1)$

I

- sectiunile diagonale sunt: $(AA_1CC_1), (BB_1DD_1)$;
 - apotema bazei : OP ;
 - diagonala bazei este un segment congruent cu diagonala oricarei fete;
- intr-un cub sunt 12 diagonale de acest fel .

Observatie: Se numeste corp geometric perfect acela ce are toate fetele poligoane congruente. Cubul este unul din cele cinci corpuri perfecte.

Proprietati

- cele 12 muchii ale cubului sunt segmente congruente;
 - cele 4 diagonale ale cubului sunt segmente congruente;
 - $AA_1 \perp (ABCD) \Rightarrow AA_1 \perp AC$;
 - $OP \perp AB$; $m(\angle APO) = 90^\circ$; $m(\angle A_1AO) = 90^\circ$;
 - $OP = \frac{AC}{2}$; (apotema bazei are lungimea cat jumătate din latura cubului);
 - cele 6 fete ale cubului sunt patrate congruente;
 - o sectiune diagonala este un dreptunghi a carui lungime este diagonala a bazei cubului, iar latimea este o muchie laterala a cubului;
- in cubul desenat sectiunile diagonale sunt : $(AA_1CC_1), (BB_1DD_1)$.

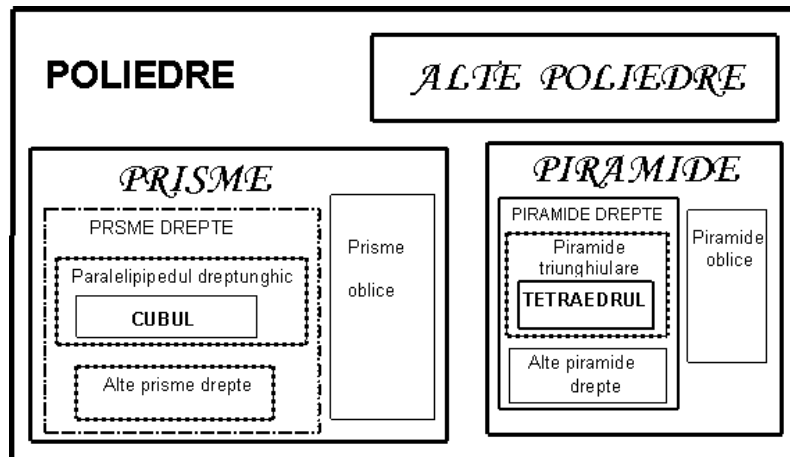
O sectiune diagonala contine cate doua diagonale din cub. Daca o alta fata a cubului devine baza, atunci avem si alte sectiuni diagonale.

Formule

$$A_b = \ell^2; \quad A_l = 4 \cdot \ell^2; \quad A_t = 6 \cdot \ell^2; \quad S_{\square.t.m.} = 12 \cdot \ell; \quad V_c = \ell^3.$$

Unde: A_b = aria bazei; A_l = aria laterala; A_t = aria totala;

$S_{\square.t.m.}$, = suma lungimilor tuturor muchiilor; V_c = volumul cubului.



Desfasurarea cubului

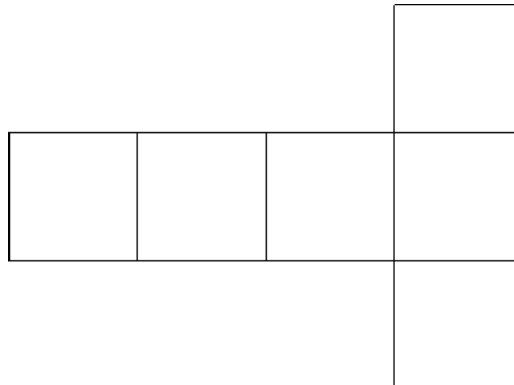
Desfasurarea unui corp este operatia prin care fetele laterale se intind in marime naturala pe o suprafata plana, unele langa altele, ariile

(laterala sau totala) apar ca ariile unor poligoane.

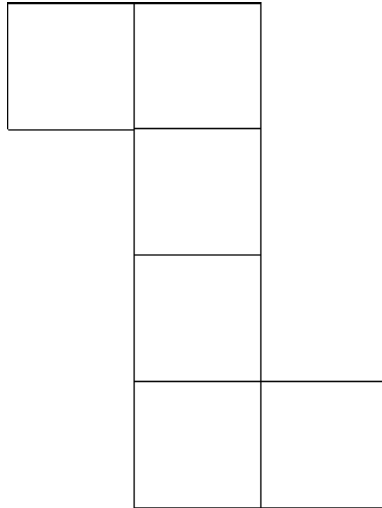
Rezultatul operatiei numita desfasurare (figura geometrica plana obtinuta) se numeste desfasurata acelu corp.

Putem obtine mai multe desfasurate ale aceluasi corp.

Desfasurata unui cub este formata din sase patrate congruente.



Descoperiti si alte "pozitii" pentru cele sase patrate astfel incat sa reprezinte desfasurate ale cubului.



Doa "pozitii" care exprima desfasurarea aceluasi cub.

Probleme rezolvate (30)

1026. Un cub are latura de 15 cm. Calculati aria totala si volumul cubului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 15 \text{ cm} \\ V_c = \ell^3 \\ A_t = 6 \cdot \ell^2 \end{cases} \begin{cases} V_c = 15^3 \\ A_t = 6 \cdot 15^2 \end{cases} \begin{cases} V_c = 3375 \text{ cm}^3 \\ A_t = 1350 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

1027. Un cub are aria totala de 3456 cm². Calculati volumul cubului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} A_t = 3456 \text{ cm}^2 \\ A_t = 6 \cdot \ell^2 \end{cases} \begin{cases} 6 \cdot \ell^2 = 3456 \\ \ell^2 = 576 \\ \ell \cdot \ell = 24 \cdot 24 \Rightarrow \ell = 24 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 24 \text{ cm} \\ V_c = 24^3 \end{cases} \begin{cases} V_c = 13824 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

1028. Un cub are volumul de 1728 cm³. Calculati aria totala a cubului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} V_c = \ell^3 \\ V_c = 1728 \text{ cm}^3 \end{cases} \begin{cases} \ell^3 = 2^6 \cdot 3^3 \\ \ell^3 = (2^2 \cdot 3)^3 \\ \ell = 2^2 \cdot 3 \\ \ell = 12 \text{ cm} \end{cases}$$

A

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 12 \text{ cm} \\ A_t = 6 \cdot \ell^2 \end{cases} \begin{cases} A_t = 6 \cdot 12^2 \\ A_t = 864 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

1029. Intr-un cub aria unei fete este de 49 cm². Calculati aria totala si volumul cubului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} A_f = 49 \text{ cm}^2 \\ A_f = \ell^2 \end{cases} \begin{cases} \ell^2 = 49 \Rightarrow \ell \cdot \ell = 7 \cdot 7 \Rightarrow \ell = 7 \text{ cm} \\ \text{din: } \begin{cases} A_f = 49 \text{ cm}^2 \\ A_t = 6 \cdot A_f \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 7 \text{ cm} \\ V_c = \ell^3 \end{cases} \begin{cases} V_c = 7^3 \\ V_c = 343 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

1030. Aria totala a unui cub este de 10584 cm². Calculati aria laterala si volumul cubului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} A_t = 10584 \text{ cm}^2 \\ A_t = 6 \cdot \ell^2 \end{cases} \begin{cases} 6 \cdot \ell^2 = 10584 \\ \ell^2 = 1764 \\ \ell \cdot \ell = 42 \cdot 42 \\ \ell = 42 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 42 \text{ cm} \\ A_l = 4 \cdot \ell^2 \end{cases} \begin{cases} A_l = 4 \cdot 42^2 \\ A_l = 7056 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ell = 42 \text{ cm} \\ V_C = \ell^3 \end{cases} \quad \text{Din: } \begin{cases} V_C = 42^3 \\ V_C = 74088 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

1031. Aria laterala a unui cub este de 2304 cm^2 . Calculati aria totala, volumul si suma lungimilor tuturor muchiilor cubului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} A_l = 2304 \text{ cm}^2 \\ A_l = 4 \cdot \ell^2 \end{cases} \quad \text{Din: } \begin{cases} 4 \cdot \ell^2 = 2304 \\ \ell^2 = 2304:4 \\ \ell^2 = 576 \\ \ell = 24 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 24 \\ A_t = 6 \cdot \ell^2 \\ S_{\ell t m} = 12 \cdot \ell \end{cases} \quad \text{Din: } \begin{cases} A_t = 6 \cdot 24^2 \\ S_{\ell t m} = 12 \cdot 24 \end{cases} \quad \text{Din: } \begin{cases} A_t = 3456 \text{ cm}^2 \\ S_{\ell t m} = 288 \text{ cm} \end{cases}$$

1032. Suma lungimilor tuturor muchiilor unui cub este de 312 cm . Calculati aria totala, aria laterala si volumul cubului.

Rezolvare:

$$\text{Din: } \begin{cases} S_{\ell t m} = 312 \text{ cm} \\ S_{\ell t m} = 12 \cdot \ell \end{cases} \quad \text{Din: } \begin{cases} 12 \cdot \ell = 312 \\ \ell = 312:12 \\ \ell = 26 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\text{Din: } \begin{cases} \ell = 26 \text{ cm} \\ A_l = 4 \cdot \ell^2 \\ A_t = 6 \cdot \ell^2 \\ V_C = \ell^3 \end{cases} \quad \text{Din: } \begin{cases} A_l = 4 \cdot 26^2 \\ A_t = 6 \cdot 26^2 \\ V_C = 26^3 \end{cases} \quad \text{Din: } \begin{cases} A_l = 2704 \text{ cm}^2 \\ A_t = 4056 \text{ cm}^2 \\ V_C = 17576 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

Probleme propuse (30)

1033. Un cub are latura de 17 cm . Calculati aria totala si volumul cubului.

1034. Un cub are aria totala de 27744 cm^2 . Calculati volumul cubului.

1035. Un cub are volumul de 17576 cm^3 . Calculati aria totala a cubului.

1036. Intr-un cub aria unei fete este de 64 cm^2 . Calculati aria totala si volumul cubului.

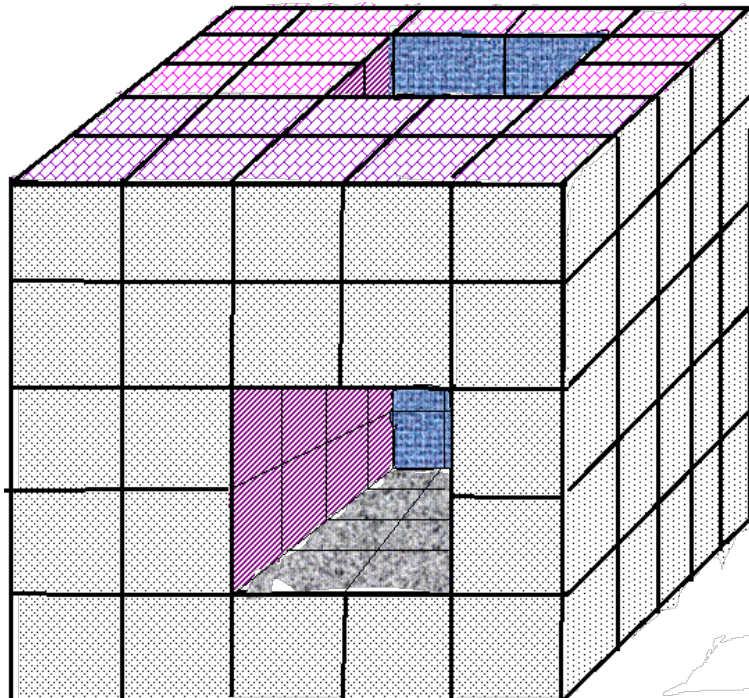
1037. Aria totala a unui cub este de 4704 cm^2 . Calculati aria laterala si volumul cubului.

1038. Aria laterala a unui cub este de 1296 cm^2 . Calculati aria totala, volumul si suma lungimilor tuturor muchiilor cubului.

1039. Suma lungimilor tuturor muchiilor unui cub este de 420 cm . Calculati aria totala, aria laterala si volumul cubului.

1040. Cubul desenat mai jos are un singur tunel complet in sa

capetele lui nu se afla pe fete opuse ci pe doua fete ce au o muchie comuna; numiti numarul de cuburi mici pentru intreg (cubul plin), numarul de cuburi mici pentru "tunel" si numarul de cuburi mici pentru corpul existent.

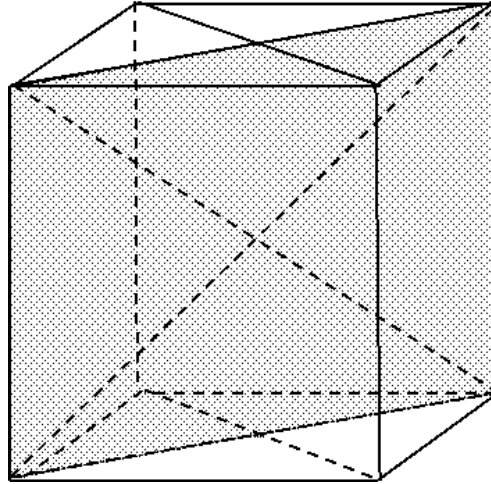


$$\begin{cases} V_c = 4913 \text{ cm}^3 \\ A_t = 1734 \text{ cm}^2 \end{cases} . \quad 1034. V_c = 314432 \text{ cm}^3. \quad 1035. A_t = 4056 \text{ cm}^2.$$

$$1036. A_t = 384 \text{ cm}^2; V_c = 512 \text{ cm}^3. \quad 1037. A_t = 3136 \text{ cm}^2; V_c = 21952 \text{ cm}^3.$$

$$1038. A_t = 1944 \text{ cm}^2; V_c = 5832 \text{ cm}^3; S_{l.t.m.} = 216 \text{ cm}. \quad 1039. A_t = 7350 \text{ cm}^2; A_l = 4900 \text{ cm}^2; V_c = 42875 \text{ cm}^3. \quad 1040. \text{ Cub plin: } 125; \text{ tunel: } 24; \text{ corpul existent: } 101.$$

Paralelipipedul dreptunghic (31)



Elemente in paralelipipedul dreptunghic

- varfurile: **A , B , C , D , A₁ , B₁ , C₁ , D₁** ;
- muchiile bazelor : **AB , BC , CD , AD , A₁B₁ , B₁C₁ , C₁D₁ , A₁D₁**.
- muchiile laterale : **A A₁ , B B₁ , C C₁ , DD₁** ;
- diagonalele bazelor : **AC , BD , A₁C₁ , B₁D₁** ;
- diagonalele paralelipipedului dreptunghic: **A₁C , B₁D , C₁A , D₁B** ;
- cele patru diagonale sunt concurente in acelasi punct numit centrul paralelipipedului dreptunghic ;
- bazele: (**ABCD**) si (**A₁B₁C₁D₁**) ;
- fetele laterale: (**A₁ABB₁**) , (**B₁BCC₁**) , (**B₁BCC₁**) , (**B₁BCC₁**) ;
- sectiunile diagonale sunt: (**A₁ACC₁**) , (**B₁BDD₁**) ;
- exista apotema bazei numai in cazul in care baza este patrat; baza poate fi patrat sau dreptunghi ;
- fetele opuse in paralelipipedul dreptunghic sunt dreptunghiuri congruente, deci au diagonalele congruente ; fetele laterale sunt dreptunghiuri.
- daca fetele laterale ar fi patrate, atunci paralelipipedul dreptunghic este cub .

Proprietati

- **A₁D₁ = B₁C₁ = AD = AD = L** (L = lungimea);
- **A₁B₁ = D₁C₁ = AB = DC = $\frac{A_t}{L}$** ($\frac{A_t}{L}$ = latimea);
- **AA₁ = BB₁ = CC₁ = DD₁ = h** (h = latimea); - $m(\angle A_1AO) = 90^\circ$;
- o sectiune diagonala este un dreptunghi a carui lungime este diagonala a bazei paralelipipedului , iar latimea este o muchie laterala (inaltime) a paralelipipedului;

in paralelipipedul desenat sectiunile diagonale sunt: (**A₁ACC₁**) , (**B₁BDD₁**).

O sectiune diagonala contine cate doua diagonale din paralelipiped .

- sau : **d_b = $\frac{A_t}{L} + L$** , unde **d_b = diagonala bazei**; Deci: **d_p = $h + \frac{A_t}{L} + L$** .

$$A_b = \frac{A_t}{L} \cdot L ; \quad A_{\square} = 2 \cdot \left(\frac{A_t}{L} + L \right) \cdot h ;$$

$$A_t = 2 \cdot \left(\frac{A_t}{L} \cdot h + L \cdot h + \frac{A_t}{L} \cdot L \right);$$

$$S_{\square, t.m.} = 4 \cdot (\frac{l}{2} + h + L); \quad V_p = \frac{l}{2} \cdot L \cdot h .$$

Unde: A_b = aria bazei; A_l = aria laterala; A_t = aria totala;

$S_{l,t,l}$ = suma lungimilor tuturor muchiilor; V_p = volumul p.

Desfasurarea paralelipedului dreptunghic

Desfasurarea unui corp este operatia prin care fetele laterale se intind in marime naturala pe o suprafata plana, unele langa altele, ariile

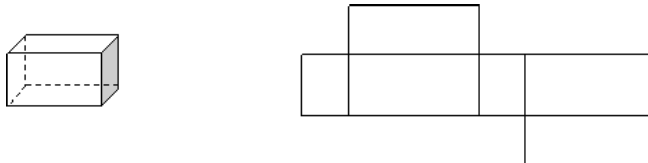
(laterala sau totala) apar ca ariile unor poligoane.

Rezultatul operatiei numita desfasurare (figura geometrica plana obtinuta) se numeste desfasurata aceluia corp.

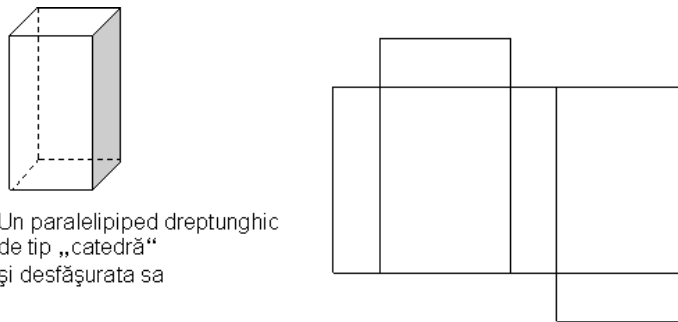
Putem obtine mai multe desfasurate ale aceluiasi corp.

Desfasurata unui paralelipiped dreptunghic poate fi formata din sase dreptunghiuri, doua cate doua congruente.

Este posibil ca bazele unui paralelipiped dreptunghic sa fie patrate.



Un paralelipiped dreptunghic de tip „catedra” și desfășurata sa



Un paralelipiped dreptunghic de tip „catedra” și desfășurata sa

Probleme rezolvate (31)

1041. Un paralelipiped dreptunghic are latimea de 15 cm, lungimea de 24 cm și inaltimea de 32 cm. Calculati aria totala și volumul paralelipipedului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell = 15 \text{ cm} \\ L = 24 \text{ cm} \\ h = 32 \text{ cm} \\ A_t = 2 \cdot (\ell \cdot L + \ell \cdot h + h \cdot L) \\ V_p = \ell \cdot h \cdot L \end{cases} \quad \begin{cases} A_t = 2 \cdot (15 \cdot 24 + 15 \cdot 32 + 24 \cdot 32) \\ V_p = 15 \cdot 24 \cdot 32 \end{cases}$$

Din: $A_t = 3216 \text{ cm}^2$; $V_c = 11520 \text{ cm}^3$.

1042. Un paralelipiped dreptunghic are latimea de 14 cm, lungimea de 35 cm și aria totala de 2744 cm². Aflati inaltimea și calculati volumul paralelipipedului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} \ell = 14 \text{ cm} \\ L = 35 \text{ cm} \\ A_t = 2 \cdot (\ell \cdot L + \ell \cdot h + h \cdot L) \\ A_t = 2744 \text{ cm}^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} & D \quad 2744 = 2 \cdot (14 \cdot 35 + 14 \cdot h + 35 \cdot h) \quad D \quad 2744 = \\ & = 980 + 28 \cdot h + 70 \cdot h \quad D \quad 98 \cdot h = 2744 - 980 \quad D \quad h = 1764 : 98 \quad D \quad h = 18 \text{ cm}; \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \ell = 14 \text{ cm} \\ L = 35 \text{ cm} \\ h = 18 \text{ cm} \end{cases}$$

Din: $A_e = 2 \cdot h \cdot (\ell + L)$, $A_e = 2 \cdot 18 \cdot (14 + 35)$, $A_e = 36 \cdot 49 \Rightarrow A_e = 1764 \text{ cm}^2$;

$$\begin{cases} \ell = 14 \text{ cm} \\ L = 35 \text{ cm} \\ h = 18 \text{ cm} \end{cases}$$

Din: $V_P = \ell \cdot L \cdot h$, $V_P = 14 \cdot 35 \cdot 18$, $V_P = 8820 \text{ cm}^3$.

1043. Suma lungimilor tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic este de 84 cm. Stiind ca dimensiunile paralelipipedului sunt exprimate prin numere impare consecutive, calculati aria totala si volumul paralelipipedului.

Rezolvare:

$$\begin{cases} A_t = 4 \cdot (\ell + L + h) \\ A_t = 84 \text{ cm} \\ L = \ell + 2 \\ h = L + 2 = \ell + 2 + 2 \end{cases}$$

Din: $4 \cdot (\ell + \ell + 2 + \ell + 2 + 2) = 84$, $3 \cdot \ell + 6 = 21$

Din: $3 \cdot \ell = 21 - 6$, $\ell = 15 : 3$, $\ell = 5 \text{ cm}$, $L = 2 + 5$, $L = 7 \text{ cm}$ si $h = 9 \text{ cm}$.

$$\begin{cases} \ell = 5 \text{ cm} \\ L = 7 \text{ cm} \\ h = 9 \text{ cm} \\ A_t = 2 \cdot (\ell \cdot L + \ell \cdot h + L \cdot h) \\ V_C = \ell \cdot L \cdot h \end{cases}$$

Din: $\begin{cases} A_t = 2 \cdot (5 \cdot 7 + 5 \cdot 9 + 7 \cdot 9) \\ V_C = 5 \cdot 7 \cdot 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_t = 286 \text{ cm}^2 \\ V_C = 315 \text{ cm}^3 \end{cases}$

Probleme propuse (31)

1044. Un paralelipiped dreptunghic are latimea de 14 cm, lungimea de 36 cm si inaltimea de 45 cm. Calculati aria totala si volumul paralelipipedului.

1045. Un paralelipiped dreptunghic are latimea de 16 cm, lungimea de 35 cm si aria totala de 4486 cm². Aflati inaltimea si calculati volumul paralelipipedului.

1046. Suma lungimilor tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic este de 528 cm. Stiind ca dimensiunile paralelipipedului sunt exprimate prin numere pare consecutive, calculati aria totala si volumul paralelipipedului.

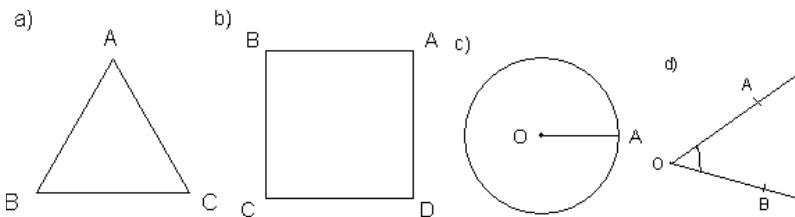
Raspunsuri la exercitiile propuse (31)

1044. $A_t = 5504 \text{ cm}^2$; $V_C = 22680 \text{ cm}^3$.

1045. $h = 33 \text{ cm}$; $A_e = 3366 \text{ cm}^2$; $V_P = 18480 \text{ cm}^3$.

1046. $\ell = 42 \text{ cm}$; $L = 44 \text{ cm}$ si $h = 46 \text{ cm}$; $A_t = 11608 \text{ cm}^2$; $V_C = 85008 \text{ cm}^3$.

Probleme recapitulative la elemente de geometrie (32)



1047. Pentru figurile geometrice desenate mai jos specificati care sunt elementele principale:

Rezolvare :

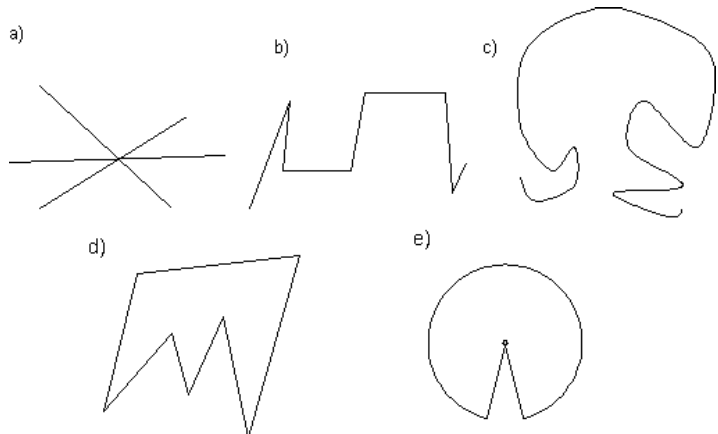
a) figura geometrica este un triunghi cu varfurile A, B si C, cu laturile [AB]; [BC] si [AC] si cu unghiurile : $\angle BAC$; $\angle ABC$ si $\angle ACB$.

b) figura geometrica este un patrat cu varfurile A, B, C si D, cu laturile [AB]; [BC]; [CD] si [AD] si cu unghiurile : $\angle BAD$; $\angle ABC$; $\angle BCD$ si $\angle CDA$.

c) aceasta figura geometrica este un cerc cu centrul O si raza [OA].

d) figura geometrica este un unghi cu varful in O si laturile: [OA] si [OB].

1048. Denumiti fiecare linie desinata mai jos :

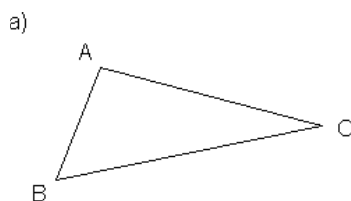


Rezolvare :

a) trei linii drepte concurente; b) 757d37h linie franta deschisa; c) linie curba deschisa; d) linie franta inchisa ; e) linie curba inchisa.

1049. Pe un plan sunt trei puncte necoliniare (care nu se afla pe aceeasi dreapta)

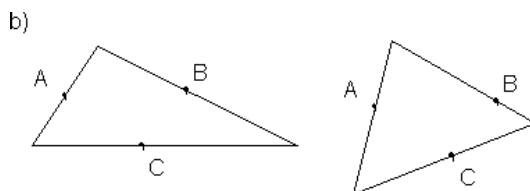
- a) construiti o linie franta inchisa incat punctele date sa fie varfuri;
- b) 757d37h construiti o linie franta inchisa incat punctele date sa nu fie varfuri ;
- c) construiti o linie franta deschisa incat punctele sa fie capete de segmente;
- d)



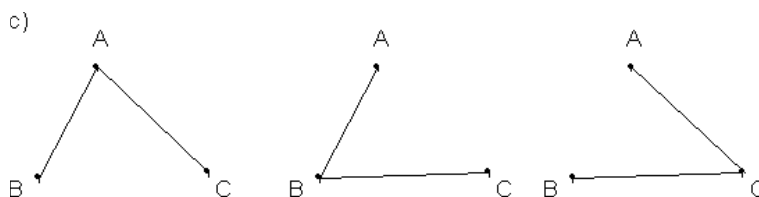
construiti linii frante deschise astfel incat punctele sa nu fie varfuri;

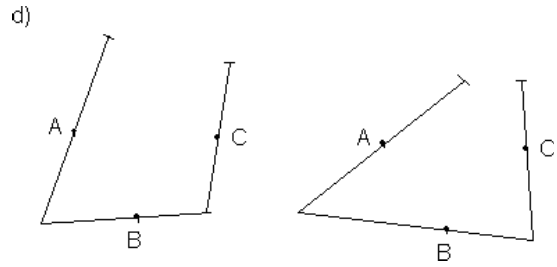
Rezolvare :

Putem construi o singura linie franta de acest fel



Putem construi oricat de multe linii frante de acest fel.

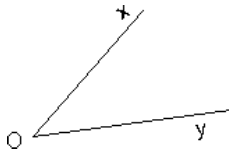




Putem construi 3 linii frante de acest fel.

Putem construi oricat de multe linii frante de acest fel.

1050. Putem considera ca laturile unghiului formeaza o linie franta deschisa .



Rezolvare :

Raspunsul este negativ, deoarece linia franta are segmentele masurabile ,pe cand laturile unghiului sunt semidrepte (multimi fara sfarsit).

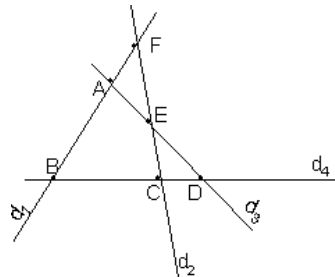
1051. Putem considera ca laturile



triunghiului formeaza o linie franta inchisa ?

Raspunsul este afirmativ , deoarece laturile triunghiului sunt segmente (masurabile).

1052. Fie patru drepte date astfel incat oricare doua dintre ele au un singur punct comun si oricare trei dintre ele nu trec prin acelasi punct.Care este numarul maxim de linii frante inchise ce se pot forma ?



Desenul alaturat respecta conditiile din problema.Liniile frante inchise ce s-au format sunt:

a) A - B - C - E - A;

b) 757d37h C - D - E - C;

c) A - E - F - A;

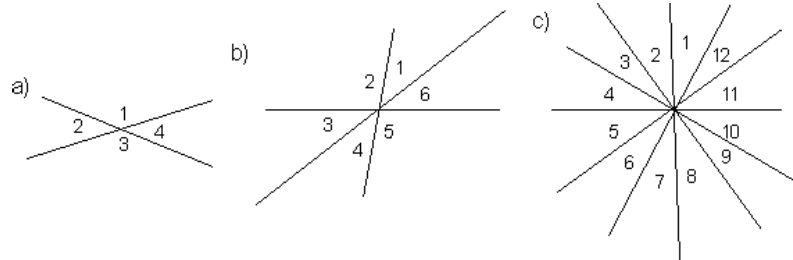
d) B - C - F - B;

e) A - B - D - A;

f) B - D - E - F - B.

1053. Cate unghiuri consecutive se formeaza daca sunt concurente :

a) doua drepte; b) 757d37h trei drepte; c) sase drepte;d) 107drepte;e) 984 drepte.



Rezolvare :

Observam ca numarul de unghiuri reprezinta dublul numarului de drepte ce se intersecteaza.

1054. Care este masura unghiului format de doua drepte care au in comun doua puncte ?

Rezolvare : Daca dreptele au in comun doua puncte A si B ,atunci au in comun toate punctele si spunem ca dreptele se confunda.



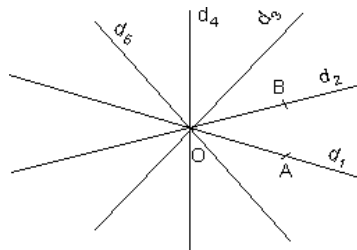
Unghiul ce se formeaza are varful in A de exemplu, si masura de zero grade (unghiul nul).

1055. Prin punctul A trece dreapta xAy .Cate unghiuri se formeaza si care este marimea fiecaruia ?



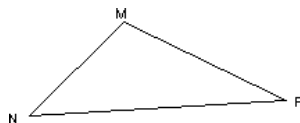
Rezolvare : Se formeaza doua unghiuri si masura fiecaruia este de $(360^0 : 2) = 180^0$.Cele doua unghiuri sunt unghiuri pline.

1056. Printr-un punct trec cinci drepte incat se formeaza unghiuri congruente. Aflati masura fiecarui unghi.



Rezolvare: $m(\text{AOB}) = 360^0 : 5 = 72^0$

1057. Figura desenata mai jos reprezinta un triunghi. Numiti elementele principale ale acestui poligon.



Rezolvare :

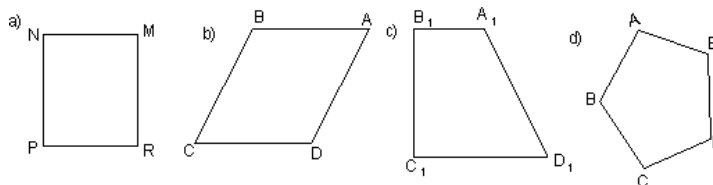
a) trei laturi: [MN];[NP] si [MP].

b) 757d37h trei unghiuri:

$\angle MNP$; $\angle NPM$; $\angle PMN$.

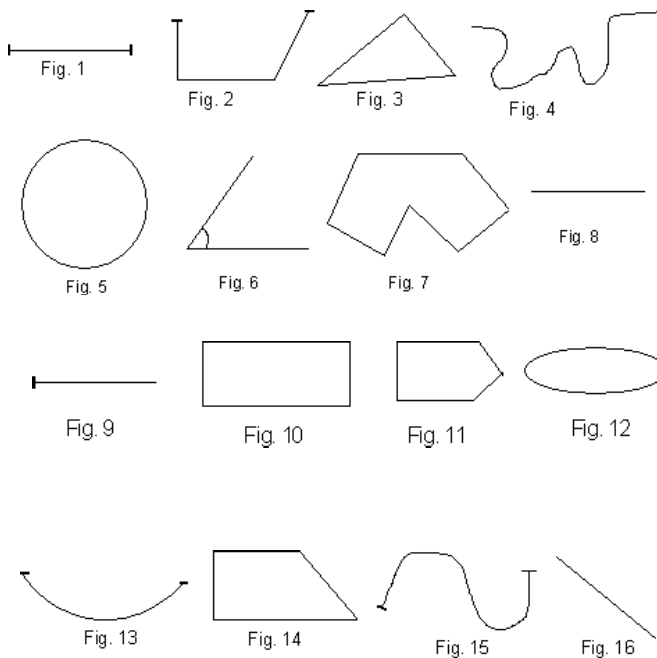
1058. Putem vorbi despre diagonale in cazul unui triunghi? De ce?

Rezolvare : Raspunsul este negativ deoarece definitia diagonalei unui poligon este: „segmentul care uneste doua varfuri neinvecinate ale poligonului se numeste diagonala”. Dar, pentru un varf al triunghiului,celelalte doua sunt ,vecine”. Un triunghi nu are diagonale.



1059. Construiti diagonalele poligoanelor desenate mai jos:

1060. Figurile desenate mai jos sunt numerotate. Completati tabelul dupa modelul dat. Scrieti in tabel si alte denumiri astfel incat toate desenele sa poata fi clasificate .



Denumirea figurii	Fig. nr.
Dreapta	
Semidreapta	
Segment de dreapta	
Linie curba inchisa	5 si 12
Linie franta deschisa	

1061. Figurile desenate mai jos sunt numerotate. Completati tabelul dupa modelul dat. Scrieti in tabel si alte denumiri incat toate desenele sa poata fi clasificate:



Fig. nr. 1



Fig. nr. 2

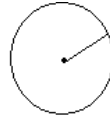


Fig. nr. 3



Fig. nr. 4



Fig. nr. 5



Fig. nr. 6

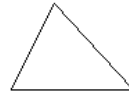


Fig. nr. 7

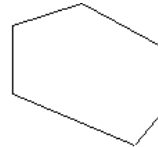


Fig. nr. 8



Fig. 9

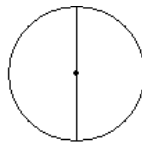


Fig. 10

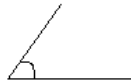


Fig. 11



Fig. 12



Fig. 13



Fig. 14



Fig. 15



Fig. 16

Denumirea figurii	Figura nr. . . .
Poligon	1;2;4;7;8;9;13;15;16
Triunghi	
Patrulater	
Cerc	
Segment	
Dreptunghi	
Unghi	
Patrat	

Document Info

Accesari: 8335

Apreciat:

Comenteaza documentul:

Nu esti inregistrat

Trebuie sa fii utilizator inregistrat pentru a putea comenta

[Creaza cont nou](#)

A fost util?

Daca documentul a fost util si crezi ca merita sa adaugi un link catre el la tine in site

Copiaza codul

in pagina web a site-ului tau.

```
<a href="http://www.scribte.com/stiinta/matematica/Elemente-de-geometrie-plana-pu95733.php" target="_blank" title="Elemente de geometrie plana: punct,dreapta,plan si exercitii rezolvate -
```