MULTIMEA NUMERELOR REALE

1.1 Radacina patrata a unui numar natural patrat perfect

<table>
<tr>
<td>

Patratul unui numar rational este totdeauna pozitiv sau zero (adica nenegativ).
DEFINITIE
Fie a un numar rational nenegativ (a ≥ 0). Numarul nenegativ x se numeste radacina patrata a numarului a daca $x^2 = a$.
Notam radacina patrata a numarului a cu $\sqrt{a}$. **Daca**
$a \geq 0$ *si* $\sqrt{a} = x$ *inseamna* $x^2 = a$ *si* $x \geq 0$.
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a, \quad a \geq 0.$

</td>
<td>

Exemple:
$\sqrt{64} = 8;\quad \sqrt{100} = 10;$
$\sqrt{144} = 12;\quad \sqrt{625} = 25;$
$\sqrt{1{,}21} = 1{,}1.$

</td>
</tr>
</table>

1.2 Algoritmul de extragere a radacinii patrate; aproximari

<table>
<tr>
<td>

➔***Sa calculam radacina patrata a lui 55225.***
➔***Despartim numarul in grupe de cate doua cifre, de la dreapta spre stanga***
➔***Ne intrebam: care este cel mai mare numar al carui patrat este mai mic sau egal cu 5.***
Acesta este 2; il scriem in dreapta sus;
➔***Il ridicam la patrat, obtinem 4 si-l trecem sub 5, aflam restul scaderii 1.***
➔***Coboram grupul de urmatoarele 2 cifre langa rest.***
➔**Dublam pe 2 si rezultatul 4 il trecem sub 2.**
➔**Ne gandim care cifra punem alaturi de 4 si rezultatul il inmultim cu cifra aleasa astfel incat numarul dat sa se cuprinda in 152.**
➔**Ne gandim care cifra punem alaturi de 4 si rezultatul il inmultim**

</td>
<td>

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{5'52'25} & 235 \\ \underline{4} & 43*3=129 \\ 152 & 465*5=2325 \\ \underline{129} & \\ =2325 & \\ \underline{2325} & \\ ==== & \end{array}$$

Asadar, radical din 55225
este egal cu 235.

</td>
</tr>
</table>

cu cifra aleasa astfel incat numarul dat sa se cuprinda in 152. ➔Rezultatul fiind 129, il trecem sub 152 si aflam restul scaderii. ➔Cifra 3 o trecem la rezultat, alaturi de 2. ➔Coboram urmatoare grupa de cifre, pe 25, langa restul 23. ➔Coboram dublul lui 23, care este 46. ➔Ne gandim care cifra punem alturi de 46, numarul format Il inmultim cu acea cifra iar rezultatul sa fie mai mic sau egal cu 2325. ➔Acesta poate fi 5 si facem calculele. ➔Trecem rezultatul 2325 sub numarul 2325 si efectuam scaderea. ➔Restul fiind zero, algoritmul s-a terminat, cifra 5 o trecm la rezultat alaturi de 23.	

1.3 Exemple de numere irationale

$\sqrt{3}, -2\sqrt{5}, 2+\sqrt{6}, \pi, \ldots etc.$

Simbolul multimii numerelor irationale: *R – Q*.

1.4 Multimea numerelor reale

Multimea numerelor naturale **$N = \{0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$**

Multimea numerelor intregi **$Z = \{\ldots, -3; -2; -1; 0; +1; +2; +3; \ldots\}$**

Multimea numerelor rationale $Q = \left\{ \frac{a}{b} \middle| a \in Z, b \in Z^*, (a,b) = 1 \right\}$

Multimea numerelor irationale. Numerele irationale sunt numere care in exprimarea zecimala au partea zecimala infinita si neperiodica.

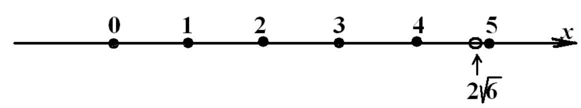
1.5 Modulul unui numar real

Valoarea absoluta (modulul) a unui numar real este distanta dintre punctul ce reprezinta numarul pe axa numerelor si originea axei, O.	$\|a\| = \begin{cases} a, & daca \quad a < 0 \\ -a, & daca \quad a < 0 \end{cases}$	$\|+\sqrt{13}\| = \sqrt{13}$ $\|-\sqrt{13}\| = \sqrt{13}$

1.6 Compararea si ordonarea numerelor reale

Pentru a compara doua numere rationale se va proceda ca la* 1.7.** ***Pentru a compara doua numere irationale se procedeaza astfel: a) se introduc factorii sub radicali si se compara numerele; b) se ridica la patrat numerele date si se compara patratele acestora.	**Exemple:** **a)** $\left.\begin{matrix} a = 3\sqrt{5} = \sqrt{45} \\ b = 4\sqrt{3} = \sqrt{48} \end{matrix}\right\} \Rightarrow b > a$ **b)** $\begin{cases} a = 5\sqrt{3} \\ b = 6\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 75 \\ b^2 = 72 \end{cases} \Rightarrow a > b$

1.7 Reprezentarea pe axa prin aproximari

Faptul ca multimea numerelor reale este compusa din multimea numerelor rationale si multimea numerelor irationale, ramane doar sa aratam cum se reprezinta pe axa un numar irational.	**Exemplu:** Sa se reprezinte pe axa numerelor numarul $2\sqrt{6}$. $(2\sqrt{6})^2 = 24$; $16 < 24 < 25 \Rightarrow 4 < 2\sqrt{6} < 5$. 

1.8 N⊂Z⊂Q⊂R

Fie multimea $A=\left\{-3;2;\frac{1}{2};\sqrt{8};2,15;-\frac{2}{5};\frac{\sqrt{16}}{3};0;2,(12);5;\pi\right\}$

$A\cap N=\{2;0;5\}$

$A\cap Z=\{-3;2;0;5\}$

$A\cap Q=\left\{-3;2;\frac{1}{2};2,15;-\frac{2}{5};\frac{\sqrt{16}}{3};0;2,(12);5\right\}$

$A\cap(R-Q)=\{\sqrt{8};\pi\}$

$\Rightarrow$ **N⊆Z⊆Z⊆Q⊆R**

1.9 Reguli de calcul cu radicali

1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$**;**	**Exemple: 1)** $\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2\cdot5}=\sqrt{10}$**;**
2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$**;**	**2)** $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{8}{6}}=\sqrt{\frac{4}{3}}$**;**
3) ***Introducerea factorilor sub radical:*** $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2\cdot b}$**;**	**3)** $3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\cdot2}=\sqrt{18}$**;**
4) ***Scoaterea factorilor de sub radical:*** $\sqrt{a^2\cdot b}=a\sqrt{b}$**;**	**4)** $\sqrt{32}=\sqrt{16\cdot2}=4\sqrt{2}$**;**
5) ***Rationalizarea numitorilor:*** $^{\sqrt{n})}\frac{a}{m\sqrt{n}}=\frac{a\sqrt{n}}{m\cdot n}$**.**	**5)** $^{\sqrt{5})}\frac{3}{2\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{2\cdot5}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$ **.**

1.10 Operatii cu numere reale

▪ Intr-un exercitiu de calcul aritmetic ce contine mai multe operatii cu numere reale se efectueaza mai intai ridicarile la puteresi scoaterea factorilor de sub radicali, apoi inmultirile si impartirile in ordinea in care sunt scrise si apoi adunarile si scaderile, la fel, in ordinea in care sunt scrise. ▪ In exercitiile de calcul aritmetic care contin paranteze se efectueaza mai intai calculele din parantezele mici (rotunde), apoi cele din paranteze mari (drepte) si apoi cele din accolade. ▪ Daca in fata unei paranteze ce contine un numar real sau o suma/diferenta de numere reale se afla simbolul „–”, atunci se poate elimina semnul si paranteza, scriind numerele din paranteza cu semnul schimbat.	**Exemplu:** $\left[\left(24\sqrt{6}-12\sqrt{8}\right):\left(-6\sqrt{2}\right)\right]:\left(4-\sqrt{48}\right)=$ $=\left[\left(24\sqrt{6}-24\sqrt{2}\right):\left(-6\sqrt{2}\right)\right]:\left(4-4\sqrt{3}\right)=$ $=\left[24\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right):\left(-6\sqrt{2}\right)\right]:\left(4-4\sqrt{3}\right)=$ $=\left[-4\left(\sqrt{3}-1\right)\right]:4\left(1-\sqrt{3}\right)=$ $=\left[4\left(1-\sqrt{3}\right)\right]:4\left(1-\sqrt{3}\right)=1.$

1.11 Media geometrica a doua numere reale positive

***Media geometrica* (proportionala) se calculeaza cu:** $m_g=\sqrt{a\cdot b},\ \ unde\ \ a\geq 0\ \ si\ \ b\geq 0.$	**Exemplu:** Daca $a=12,\ \ b=27$; $m_g=\sqrt{12\cdot 27}=\sqrt{324}=18.$