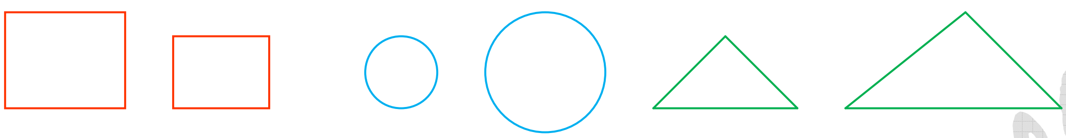
TEOREMA LUI THALES. TEOREMA FUNDAMENTALĂ A ASEMĂNĂRII. TRIUNGHIURI ASEMENEA

Introducere:

Există figuri geometrice care “seamănă” , dar care prin suprapunere nu coincid (din cauza mărimii lor)

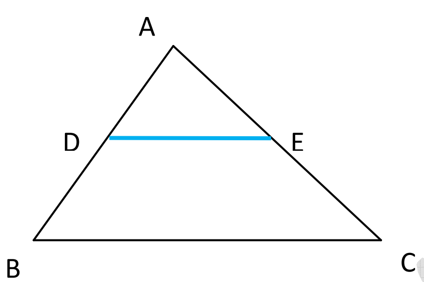


Figurile de mai sus se numesc **asemenea**.

TEOREMA LUI THALES

O paralelă la una din laturile unui triunghi determină pe celelalte două laturi sau pe prelungirile lor , segmente proportionale

Cazul: D∈(AB), E∈(AC) cu DE || BC ⇔

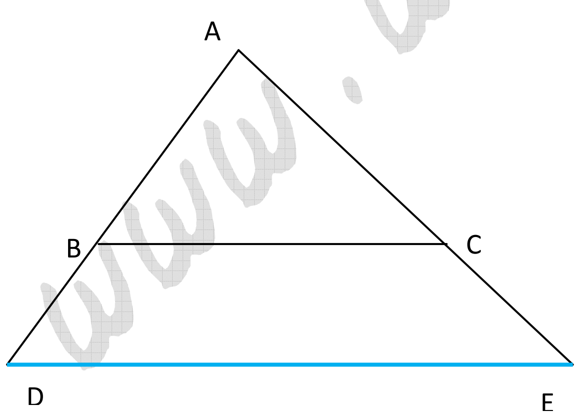


$$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$$

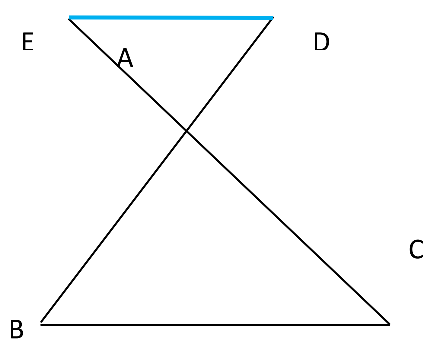
$$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$$

$$\frac{DB}{AB}=\frac{EC}{AC}$$

Cazul:D∈(AB; E∈(AC



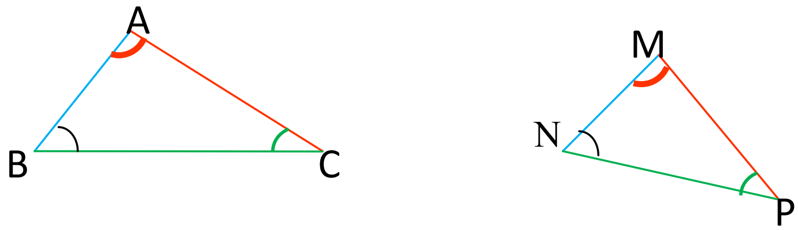
Cazul: D∈(BA; E∈(CA



RECIPROCA TEOREMEI LUI THALES

Dacă o dreaptă DE intersectează <u>laturile</u> AB şi AC ale unui triunghi ABC şi determină pe acestea segmente proporționale, atunci ea este paralelă cu BC.

TRIUNGHIURI ASEMENEA



Daca intre doua triunghiuri exista o asemanare spunem ca sunt **asemenea** si scriem

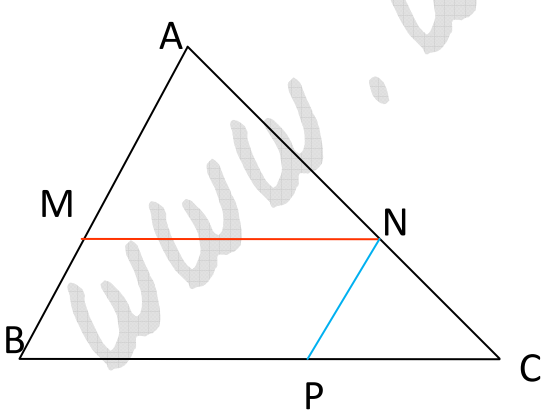
$$\Delta ABC \sim \Delta MNP \quad \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} &\angle A = \angle M \\ &\angle B = \angle N \\ &\angle C = \angle P \\ &\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{MN} = \frac{AC}{MP} \end{aligned}$$

Perechile de unghiuri ∠ (A, P), ∠ (B, M), ∠ (C, N) si perechile de laturi (AB, MN), (BC, NP), (AC, MP) se numesc **corespondente** sau **omoloage** . Raportul lungimilor laturilor se numeste **raport de asemanare**.
Daca triunghiurile sunt **egale** atunci **raportul de asemanare este 1**

TEOREMA FUNDAMENTALA A ASEMANARII

O paralela dusa la una din laturile uni triunghi formeaza cu celelalte doua laturi un triunghi asemenea cu cel initial.

Daca avem triunghiul ABC si ducem paralela MN la latura BC se formeaza $\Delta ABC \sim \Delta AMN$



Triunghiurile au laturile proportionale si unghiurile ongruente.

DEMONSTRATIE : $MN \| BC \overset{Tales}{\Rightarrow} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$,

$\angle B = \angle M , \angle C = \angle N$ (1) ; Fie $P \in (BC)$ a.i. $NP \| AB$.

Obtinem in mod analog egalitatea $\frac{BP}{BC} = \frac{AN}{AC}$ (2) ; pe de alta parte MNPB paralelogram $\Rightarrow MN = BP$ (3) ; din (1), (2) si (3) rezulta $\Delta ABC \sim \Delta AMN$.

Observatii :

Teorema asemanarii completeaza teorema lui Thales avand aceeasi ipoteza dar concluzia difera, referinduse la toate laturile triunghiurilor .

Teorema asemanarii ramane valabila si in cazul in care segmentul MN se afla in exteriorul triunghiului ABC (se disting doua cazuri).

PROPRIETATI :

i) $\Delta ABC \sim \Delta ABC$ (reflexivitate) ;

ii) $\Delta ABC \sim \Delta MNP \Rightarrow \Delta MNP \sim \Delta ABC$ (simetrie)

iii) $\left.\begin{matrix} \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \\ \Delta A'B'C' \sim \Delta A''B''C'' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A''B''C''$ (tranzitivitate)

iv) Doua triunghiuri dreptunghice sunt asemenea $\Leftrightarrow$ au o pereche de unghiuri ascutite congruente.
v) Doua triunghiuri isoscele sunt asemenea $\Leftrightarrow$ au o pereche de unghiuri congruente.
vi) Doua triunghiuri echilaterale sunt asemenea.
vii) Doua triunghiuri dreptunghice sunt asemenea.
vii) Doua triunghiuri cu laturile respectiv paralele sunt asemenea.
viii) Doua triunghiuri cu laturile respectiv perpendiculare sunt asemenea.
ix) Daca doua triunghiuri sunt asemenea, atunci raportul de asemanare al laturilor este egal cu:
- raportul bisectoarelor;- raportul inaltimilor;- raportul medianelor; - raportul razelor cercurilor inscrise;
- raportul razelor cercurilor circumscrise.

CRITERII DE ASEMANARE A TRIUNGHIURILOR

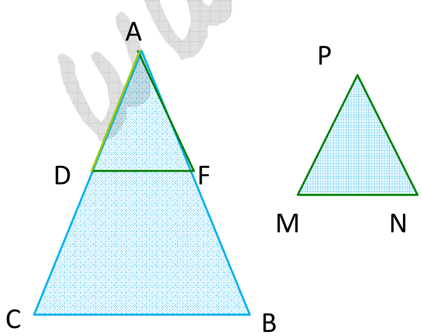
Pentru a demonstra ca doua triunghiuri sunt asemenea nu este nevoie sa verificam toate conditiile date la definitia triunghiurilor asemenea. Este suficent sa verificam doar doua conditii.

CAZUL 1: Doua triunghiuri sunt asemenea daca au un unghi congruent si laturile care care il formeaza proportionale. . $\angle A \equiv \angle P$, $\frac{AC}{PM} = \frac{AB}{PN}$

CAZUL 2: Doua triunghiuri sunt asemenea daca au doua perechi de unghiuri respective congruente.

$$\angle A \equiv \angle P, \angle C \equiv \angle M$$

CAZUL 3: Doua triunghiuri sunt asemenea daca au toate laturile proportionale. $\frac{AC}{PM} = \frac{AB}{PN} = \frac{CB}{MN}$



Demonstratie*:* luam pe latura AC a triunghiului ABC

Segmentul AD congruent cu segmentul MP.

Din punctul D se duce o paralela la latura CB. Rezulta ca

Δ ADE~ ΔACB conform teoremei asemanarii.