

cu noi totul pare mai usor

SISTEME DE DOUA ECUATII CU DOUA NECUNOSCUTE

Un ansamblu de doua ecuatii cu doua necunoscute notat :

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ dx + ey + f = 0 \end{cases} \text{ unde } a, b, c, d, e, f \in R \text{ este un sistem de doua ecuatii cu doua necunoscute.}$$

Definitie: O pereche de numere reale (x, y) care verifica simultan cele doua ecuatii se numeste **solutie a sistemului**.

A rezolva sistemul de ecuatii inseamna a-i determina solutiile. Doua sisteme se numesc **echivalente** daca au aceeasi multime de solutii. Avem doua metode de rezolvare a unui sistem de doua ecuatii cu doua necunoscute: metoda reducerii si metoda substitutiei.

METODA REDUCERII

Se procedeaza astfel:

1. Se inmultesc termenii unei ecuatii cu un numar, iar termenii celeilalte ecuatii cu un alt numar astfel incat prin adunarea sau scaderea egalitatilor sa se anuleze termenii ce contin una din necunoscute. (termenii se reduc)
2. Se rezolva ecuatia cu o singura necunoscuta obtinuta.
3. Se introduce valoarea necunoscutei aflate intr-una dintre ecuatiile sistemului si se rezolva ecuatia obtinuta. (sau se poate rezolva tot prin reducere pentru a afla a doua necunoscuta.)
4. Perechea de numere obtinuta este solutia sistemului.
5. Este posibil ca in urma amplificarii si adunarii celor doua ecuatii sa se anuleze toti termenii ce contin necunoscutele. In acest caz sistemul nu are solutie unica.

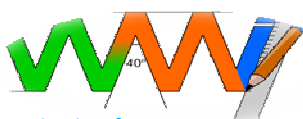
EXERCITII

1.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \rightarrow \bullet(-2) \\ 5x + 2y + 2 = 0 \rightarrow \bullet 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 6y + 10 = 0 \\ 15x + 6y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow 11x + 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{-16}{11}$$

$$\Rightarrow 2 \bullet \left(-\frac{16}{11}\right) + 3y = 5 \Rightarrow 3y = 5 + \frac{32}{11} \Rightarrow 3y = \frac{55 + 32}{11} \Rightarrow 3y = \frac{87}{11} \Rightarrow y = \frac{87}{11} \bullet \frac{1}{3} = \frac{29}{11}$$

Sistemul are solutia: $\left(-\frac{16}{11}; \frac{29}{11}\right)$



cu noi totul pare mai usor

$$2. \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + y = 10 \rightarrow \bullet 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 3x + 3y = 30 \end{cases} \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = \frac{35}{5} = 7 \Rightarrow 2 \cdot 7 - 3y = 5 \Rightarrow 14 - 3y = 5 \Rightarrow -3y = 5 - 14 \Rightarrow -3y = -9 \Rightarrow y = 3$$

Sistemul are solutia (7;3)

$$3. \begin{cases} 3x + 4y = -6 \rightarrow \bullet 5 \\ -5x + 7y = -31 \rightarrow \bullet 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 20y = -30 \\ -15x + 21y = -93 \end{cases} \Rightarrow 41y = -123 \Rightarrow y = -\frac{123}{41} = -3$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = -6 \rightarrow \bullet (-7) \\ -5x + 7y = -31 \rightarrow \bullet 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -21x - 28y = 42 \\ -20x + 28y = -124 \end{cases} \Rightarrow -41x = -82 \Rightarrow x = \frac{-82}{-41} = 2$$

Sistemul are solutia (-3;2)

METODA SUBSTITUTIEI

Se procedeaza astfel:

1. Se scoate o necunoscuta din una din ecuati.
2. Se introduce necunoscuta scoasa in a doua ecuatie.
3. Se afla necunoscuta.
4. Cu solutia aflata se revine la prima ecuatie si se afla a doua necunoscuta.

Exemplu:

$$1. \begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + y = 10 \Rightarrow x = 10 - y \end{cases} \Rightarrow 2x - y = 5 \Rightarrow 2(10 - y) - 3y = 5 \Rightarrow 20 - 2y - 3y = 5 \Rightarrow -5y = -15 \Rightarrow y = 3$$

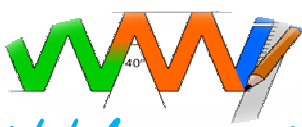
$$x = 10 - y \Rightarrow x = 10 - 3 = 7 \Rightarrow S = \{7;3\}$$

$$2. \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 2y = -2 \Rightarrow 5x = -2 - 2y \Rightarrow x = \frac{-2 - 2y}{5} \end{cases}$$

$$2x + 3y = 5 \Rightarrow 2\left(\frac{-2 - 2y}{5}\right) + 3y = 5 \Rightarrow -4 - 4y + 15y = 25 \Rightarrow 11y = 29 \Rightarrow y = \frac{29}{11}$$

$$x = \frac{-2 - 2y}{5} \Rightarrow x = \frac{-2 - 2 \cdot \frac{29}{11}}{5} = \frac{-22 - 58}{55} = -\frac{16}{11}$$

$$S = \left\{ -\frac{16}{11}; \frac{29}{11} \right\}$$



cu noi totul pare mai usor

METODE COMBINATE

$$1. \begin{cases} \frac{7}{x+2y} + \frac{2}{2x-y} = 16 \\ \frac{5}{x+2y} + \frac{3}{2x-y} = 13 \end{cases}$$

Notam $\frac{1}{x+2y} = t$ si $\frac{1}{2x-y} = v \Rightarrow$

$$\begin{cases} 7t + 2v = 16 \\ 5t + 3v = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7t + 2v = 16 / \bullet (-3) \\ 5t + 3v = 13 / \bullet 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -21t - 6v = -48 \\ 10t + 6v = 26 \end{cases} \Rightarrow -11t = -22 \Rightarrow t = 2$$

$$7t + 2v = 16 \Rightarrow 7 \cdot 2 + 2v = 16 \Rightarrow 2v = 2 \Rightarrow v = 1$$

Avem deci :

$$\begin{cases} \frac{1}{x+2y} = 2 \\ \frac{1}{2x-y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow 2x + 4(2x - 1) = 1 \Rightarrow 10x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0 \Rightarrow S = \left\{ \frac{1}{2}; 0 \right\}$$

$$2. \begin{cases} 3|x-1| + 5y = -11 \\ 4|x-1| + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3|x-1| + 5y = -11 / \bullet (-2) \\ 4|x-1| + 2y = 4 / \bullet 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6|x-1| - 10y = 22 \\ 20|x-1| + 10y = 20 \end{cases} \Rightarrow 14|x-1| = 42 \Rightarrow |x-1| = \frac{42}{14} = 3$$

$$3|x-1| + 5y = -11 \Rightarrow 3 \cdot 3 + 5y = -11 \Rightarrow 5y = -20 \Rightarrow y = -4$$

$$\begin{cases} |x-1| = 3 \Rightarrow x-1 = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases} \\ y = -4 \end{cases}$$

$$S = \{(4; -4); (-2; -4)\}$$