

Numere intregi

Numerele intregi le intalnim in practica la exprimarea temperaturilor, masurarea altitudinii unui loc (fata de nivelul marii care este luat ca reper). Intalnim numere care par naturale, dar sunt precedate de semnul plus sau de semnul minus. Aceste numere se numesc intregi.

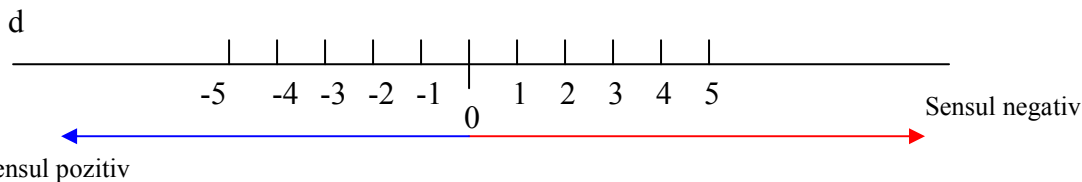
1. Multimea numerelor intregi se noteaza cu Z .

$$Z = \{-\infty, \dots, -9, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 9, \dots, \infty\}$$

$$Z^* = \{-\infty, \dots, -9, \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, 9, \dots, \infty\} = Z \setminus \{0\}$$

Daca numarul este precedat de simbolul "+" spunem ca numarul intreg este pozitiv, iar daca este precedat de simbolul "-" spunem ca numarul intreg este negativ. (convenim ca semnul "+" din fata numerelor intregi pozitive sa nu se mai scrie)
Simbolurilor "+" si "-" le mai spunem si semne.

2. Axa numerelor intregi.



Sensul pozitiv

Punctul O este numit origine; Distanța de la un punct la punctul imediat următor este o unitate de măsură; toate punctele din dreapta originii sunt pozitive, iar din stanga originii, negative.

3. Valoarea absoluta a unui numar intreg; opusul unui numar intreg.

Valoarea absoluta sau **modulul** unui numar intreg reprezinta distanta de la origine pana la pozitia acestuia pe axa numerelor.

Se noteaza $|x|$.

$$\text{Exemple: } |3| = 3; |-3| = 3; |0| = 0$$

Modulul unui numar, reprezentand o distanta, este intotdeauna pozitiv. Avem deci: $\forall a \in Z, |a| \geq 0$

Doua numere intregi diferite care au acelasi modul se numesc numere **opuse**.

Exemple: -7 si 7; 3 si -3; -1 si 1

Opusul unui numar întreg a se noteaza cu: $-a$

Observam ca valoarea absoluta sau modulul unui numar pozitiv este numarul insusi, iar valoarea absoluta a unui numar negativ este opusul lui.

$$\text{Generalizare: } \forall a \in Z \text{ putem scrie } |a| = \begin{cases} -a, & a < 0 \\ 0, & a = 0 \\ a, & a > 0 \end{cases}$$

Observatii: i) numarul intreg 0 este mai mare decat orice numar intreg negativ.

ii) numarul intreg 0 este mai mic decat orice numar intreg pozitiv.

iii) dintre doua numere intregi negative este mai mare acela care are valoarea absoluta mai mica.

iv) orice numar intreg pozitiv este mai mare decat orice numar intreg negativ.

Intre oricare doua numere intregi oarecare a si b exista una din relatiile: $\begin{cases} a < b \\ a = b \\ a > b \end{cases}$ Spunem ca multimea

numerelor intregi este ordonata, fiecare numar avand un succesori si un predecessor.

4. Operatii cu numere intregi.

ADUNAREA NUMERELOR INTREGI

- a) **2 Numere care au acelasi semn:** se aduna modulele numerelor iar rezultatul are semnul lor comun.
 b) **2 Numere care au semne diferite:** se scad modulele lor si se da semnul numarului a carui modul este mai mare.

Observatie: suma a doua numere intregi opuse este 0.

Proprietatile adunarii:

- i) comutativitatea: $a+b=b+a, \forall a, b \in Z$
 ii) element neutru: $a+0=0+a, \forall a \in Z$
 iii) asociativitatea: $a+(b+c)=(a+b)+c, \forall a, b, c \in Z$
 iv) $a+(-a)=0, \forall a \in Z$

SCADEREA NUMERELOR INTREGI

Pentru a scadea 2 numere intregi adunam la descazut opusul scazatorului.

Pentru a usura adunarea si scadea numerelor intregi renuntam la parantezele numerelor. Exemplu: $(-31)-(-14)=-31+14=-17;$

$$+7-(+10)=7-10=-3; -7-(-10)=-7+10=3$$

INMULTIREA SI IMPARTIREA NUMERELOR INTREGI

- a) **2 Numere intregi care au acelasi semn:** rezultatul la inmultire sau impartire va avea semnul (+)
 b) **2 Numere care au semne diferite:** rezultatul la inmultire sau impartire va avea semnul (-)

Proprietatile inmultirii.

- i) comutativitatea: $a \cdot b = b \cdot a, \forall a, b \in Z$
 ii) asociativitatea: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c), \forall a, b, c \in Z$
 iii) element neutru: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \forall a \in Z$
 iv) distributivitatea inmultirii fata de adunare si scadere:
 $a \cdot (b + c) = ab + ac, \forall a, b, c \in Z$
 $a \cdot (b - c) = ab - ac, \forall a, b, c \in Z$

Generalizare.

Produsul a **n** numere intregi negative este pozitiv daca **n** este par si este negativ daca **n** este impar.

RIDICAREA LA PUTERE (EXPONENT NUMAR NATURAL)

$$1. (+a)^n = +a^n, a, n \in N^*$$

$$2. (-a)^n = \begin{cases} a^n, n, par \\ -a^n, n, impar \end{cases} \quad n \in N$$

$$(-1)^n = \begin{cases} 1, n, par \\ -1, n, impar \end{cases} \quad n \in N$$

Proprietati:

i) $x^1 = x$

$$ii) x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$iii) x^m : x^n = x^{m-n}, m \geq n$$

$$iv) (x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

$$v) (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

5.Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor.

Regulile de la numere naturale sunt aceleași și în cazul numerelor întregi.

Dacă într-un exercițiu apar operații de ordine diferite, se efectuează mai întâi ridicarea la putere, apoi înmulțirea și împărțirea și, în final, adunarea și scăderea.

Dacă în exercițiu apar paranteze, se efectuează mai întâi operațiile din paranteze, respectându-se ordinea efectuării acestora.